

**ΠΑΚΕ**  
**ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ ΕΠΙΜΟΡΦΩΤΩΝ Β΄**

**ΕΝΟΤΗΤΑ 7**  
**ΕΙΔΙΚΟ ΜΕΡΟΣ**

**ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ**  
**«Ισοδύναμα κλάσματα»**

**ΕΠΙΜΟΡΦΩΝΟΜΕΝΟΙ:**  
ΚΑΡΑΜΠΟΓΑΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΠΕ70  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΑΣ ΠΑΡΑΣΚΕΥΑΣ ΠΕ70

**ΔΙΔΑΣΚΩΝ:**  
ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ**  
**2011**

## «Ισοδύναμα κλάσματα»

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το προτεινόμενο σχέδιο μαθήματος απευθύνεται στους/στις μαθητές/τριες της Ε΄ τάξης δημοτικού για την εισαγωγή τους στην έννοια της ισοδυναμίας των κλασμάτων. Συγκεκριμένα αναφέρεται στην Ενότητα 3, Κεφάλαιο 17 «Ισοδύναμα

<b>Ε</b>	<i>Αριθμοί και πράξεις</i>	<p><u>Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν φυσικούς μέχρι το 1.000.000.000, καθώς επίσης κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς.</u></p> <p>Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης φυσικών, κλασματικών και δεκαδικών αριθμών.</p> <p>Να εκτελούν πρόσθεση και αφαίρεση συμμιγών αριθμών.</p> <p>Να υπολογίζουν τα πολλαπλάσια του 2, 3, 4, 5, ..., 10 και να γνωρίζουν ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 2, το 5 και το 10.</p>	Σύστημα Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
<p><u>Να τους δίνεται η ευκαιρία να χρησιμοποιούν τον Η/Υ με ανάλογα προγράμματα π.χ. SketchPad, Cabri, Logo, Word, Excel, Paint κ.λπ. για την ευχερέστερη αντιμετώπιση των προβλημάτων.</u></p>			
<p><i>Οι μαθητές πρέπει να μπορούν:</i></p> <p>Να δημιουργούν και να διακρίνουν ομώνυμα και ετερόνυμα κλάσματα.</p> <p>Να μετατρέπουν ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα.</p> <p>Να απλοποιούν κλάσματα.</p> <p><u>Να συγκρίνουν και να διατάσσουν κλάσματα.</u></p>		<p><i>Αριθμοί και πράξεις</i></p> <p>Κλάσματα</p> <p style="text-align: center;">(6 ώρες)</p>	<p>Προσέγγιση των σχέσεων των κλασμάτων με το κατάλληλο εποπτικό υλικό.</p> <p>Παράσταση των μεικτών αριθμών με τη χρήση του «συν».</p> <p>Απλοποιήσεις με τη χρήση των γνωστών κριτηρίων διαιρετότητας.</p>

κλάσματα» του βιβλίου του μαθητή και στα ΔΕΠΠΣ – ΑΠΣ (σελ. 251 και 268-269).

Οι μαθητές/τριες θα ασχοληθούν με κλάσματα που εντάσσονται στο σχήμα: μέρος-όλου και που αναφέρονται σε συνεχείς ποσότητες αλλά και σε διακριτές.

### ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΠΟΠΤΙΚΑ ΜΕΣΑ

Το σχέδιο μαθήματος προτείνεται να υλοποιηθεί στο εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου.

- Οι μαθητές/τριες χωρίζονται σε ομάδες των 2 – 3 ατόμων, ανάλογα με την υπολογιστική δύναμη του εργαστηρίου.
- Οι Η/Υ θα έχουν εγκατεστημένα:
  - φυλλομετρητή, κατά προτίμηση Internet Explorer έκδοση 6 και νεότερη
  - το εκπαιδευτικό λογισμικό του Π.Ι. «Μαθηματικά Ε΄-Στ΄ τάξης»,

- τη δυνατότητα σύνδεσης με το διαδίκτυο για την αξιοποίηση σχετικών εφαρμογών (applets) σε επιλεγμένους ιστότοπους, με τη χρήση φύλλων εργασίας και αξιολόγησης. Οι εφαρμογές που προτείνεται να χρησιμοποιηθούν είναι:

- “Equivalent Fractions” στην ιστοσελίδα:

<http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80>

- “Fractions-Equivalent” στον ιστότοπο:

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_105\\_g\\_2\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_105_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html)

Η επιλογή της συγκεκριμένης πρότασης διδασκαλίας έναντι της παραδοσιακής έγινε διότι δίνεται η δυνατότητα της άμεσης και παραστατικής απεικόνισης των ισοδυνάμων κλασμάτων και της δημιουργίας τους από τους ίδιους τους/τις μαθητές/τριες μέσω πειραματισμού. Οι μαθητές/τριες οπτικοποιούν αλλά και προβαίνουν στην κατασκευή δικών τους αναπαραστάσεων, ώστε να οικοδομήσουν τα στοιχεία που τους χρειάζονται για να καταλήξουν σε συμπεράσματα.

Εξίσου πολύ σημαντική ως διαδικασία και ως αποτέλεσμα είναι η συζήτηση που θα προκληθεί κατ’ αρχήν στις ομάδες και στη συνέχεια με όλη την τάξη για να αντιληφθούν οι μαθητές/τριες αφενός τον τρόπο λειτουργίας των εργαλείων και αφετέρου για τον έλεγχο μέσω διαδικασιών με μεταγνωστικό χαρακτήρα για την πορεία επίτευξης των μαθησιακών στόχων και την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

## **ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ**

Η διάρκεια του σχεδίου εργασίας θα είναι δύο (2) διδακτικές ώρες, κατά προτίμηση συνεχόμενες, στα πλαίσια της εφαρμογής του αναλυτικού ωρολογίου προγράμματος.

## **ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

**Σκοπός:** Οι μαθητές/τριες να μπορούν να σχηματίζουν και να δημιουργούν ισοδύναμα κλάσματα με τη βοήθεια των κατάλληλων αναπαραστάσεων και της τεχνικής του πολλαπλασιασμού ή της διαίρεσης και των δύο όρων των κλασμάτων με τον ίδιο αριθμό.

**Στόχοι:** Οι μαθητές/τριες να είναι ικανοί να:

- διακρίνουν τα ομώνυμα από τα ετερόνυμα κλάσματα
- εκφράζουν την ίδια ποσότητα με ισοδύναμα κλάσματα
- συγκρίνουν κλάσματα μετατρέποντάς τα σε ισοδύναμα
- καλλιεργήσουν την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων μέσα από στρατηγικές σχεδιασμού, ελέγχου, ανατροφοδότησης και διορθωτικής παρέμβασης, αναπτύσσοντας μεταγνωστικές στρατηγικές (Κωσταρίδου-Ευκλείδη, 2005)
- αναπτύξουν δεξιότητες χρήσης και αξιοποίησης μαθηματικού λογισμικού και γενικότερα του Η/Υ (ψηφιακός-πληροφοριακός γραμματισμός)
- αναπτύξουν δεξιότητες συνεργασίας και επικοινωνίας, καθώς εργάζονται στον Η/Υ
- αναπτύξουν θετική διάθεση απέναντι στον Η/Υ ως εργαλείο ανακάλυψης γνώσεων
- αναπτύξουν θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

## **ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ – ΠΡΟΫΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ**

Οι μαθητές/τριες από τις τάξεις Γ΄ και Δ΄ αλλά και από προηγούμενα μαθήματα (Ενότητα 2: μαθήματα 7, 8, Ενότητα 3: μαθήματα 15, 16) έχουν εισαχθεί στην έννοια του κλάσματος και μπορούν:

- να αναπαριστούν με σχέδιο ή εικόνα το κλασματικό μέρος μιας μονάδας
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν κλασματικές μονάδες που αναφέρονται στην ίδια μονάδα, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα της ισότητας και ανισότητας ( $<$ ,  $=$ ,  $>$ )
- να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων κλασμάτων
- να συνεργάζονται σε ομάδες 2 – 3 ατόμων
- να χρησιμοποιούν τον Η/Υ και τα απαιτούμενα λογισμικά.

Οι δραστηριότητες στις οποίες θα τους ζητηθεί να εμπλακούν δημιουργικά, ενισχύουν την αποσαφήνιση, τη βαθύτερη κατανόηση και την οικοδόμηση της έννοιας των ισοδυνάμων κλασμάτων μέσω της διαδικασίας οπτικοποίησης πολύμορφης και πολλαπλής αναπαράστασής τους.

Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει φροντίσει για:

- τη σωστή και εύρυθμη λειτουργία του εργαστηρίου,

- την εγκατάσταση του λογισμικού σε όλους τους Η/Υ,
- να είναι έτοιμα τα φύλλα εργασίας και αξιολόγησης,
- να έχει πραγματοποιήσει δοκιμαστική εφαρμογή του σχεδίου στο συγκεκριμένο εργαστήριο,
- να έχει προβλέψει τυχόν απρόοπτα και απρόσμενες εξελίξεις κατά τη διεξαγωγή του μαθήματος και να είναι έτοιμος για την κατά το δυνατόν άμεση και αποτελεσματική αντιμετώπισή τους.

## **ΠΟΡΕΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ**

### *Διδακτική και μεθοδολογική προσέγγιση*

Το σχέδιο διδασκαλίας ακολουθεί ένα μοντέλο καθοδηγούμενης διερεύνησης και ανακάλυψης μέσα από δραστηριότητες που ευνοούν την κριτική και στοχαστική σκέψη, τη συμμετοχική και συνεργατική μάθηση. Στηρίζεται στις αρχές της εποικοδομητικής προσέγγισης και της κοινωνικοπολιτισμικής θεωρίας του Vygotsky. Οι μαθητές/τριες έχοντας ήδη μια διαμορφωμένη αντίληψη για τα κλάσματα (προϋπάρχουσα γνώση), πειραματίζονται, δοκιμάζουν, επαληθεύουν, διασταυρώνουν απόψεις, αξιοποιούν το λάθος, συζητούν μεταξύ τους, διασκεδάζουν, καταλήγουν σε συμπεράσματα, «χτίζουν» γνώση, μαθαίνουν, παρακολουθούν την πορεία κατάκτησης της μαθησιακής διαδικασίας. Προσφέρει ένα ελκυστικό μαθησιακό περιβάλλον στους μαθητές/τριες προκειμένου να τους «πείσει» να ασχοληθούν με τη διερεύνηση του προβλήματος.

Η «προστιθέμενη αξία» του είναι ότι οι μαθητές/τριες μέσα από μία παιγνιώδη διαδικασία είναι ελεύθεροι/ες να διερευνήσουν το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν ως δικό τους, κάνοντας υποθέσεις και πειραματισμούς όσες φορές απαιτείται, για να καταλήξουν στη γενίκευση και στο συμπέρασμα, απαλλαγμένοι/ες από το φόβο του ενδεχόμενου λάθους το οποίο ενισχύει τις μεταγνωστικές δεξιότητές τους.

Η ένταξη των μαθητών/τριών/τριών σε ομάδες τους/τις βοηθά να αλληλεπιδρούν και να ανατροφοδοτούνται στις υποθέσεις που διατυπώνουν και στις αποφάσεις που παίρνουν.

**1<sup>η</sup> Φάση: Ανακοίνωση των στόχων της διδασκαλίας. Διερευνητική αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών/τριών**

Ζητάμε από τους μαθητές/τριες να λύσουν το πρόβλημα (Βιβλίο Δασκάλου σ. 95):

*«Έχω δύο κομμάτια κορδέλας. Το πρώτο έχει μήκος  $\frac{2}{5}$  του μέτρου και το δεύτερο  $\frac{40}{100}$  του μέτρου. Ποιο κομμάτι έχει μεγαλύτερο μήκος;»*

Προκαλείται συζήτηση κατά την οποία οι μαθητές/τριες οργανωμένοι σε ομάδες προτείνουν τρόπους για τη λύση του προβλήματος και απαντήσεις. Σημείο το οποία αναμένεται να εστιάσουν την στρατηγική τους είναι η σχέση που έχουν οι όροι των κλασμάτων μεταξύ τους.

Οι μαθητές/τριες στην προσπάθειά τους να απαντήσουν μπορούν να χρησιμοποιήσουν το μέτρο για να το βρουν. Προτείνουν, εξηγούν την προσέγγισή τους και τη γράφουμε στον πίνακα. Στο τέλος εξηγούμε:

Το μέτρο έχει 100 εκ. Άρα:

- $100:5=20$  εκ., επομένως το  $\frac{1}{5}=20$  εκ. και  $\frac{2}{5}=2 \times 20=40$  εκ.
- Το  $\frac{1}{100}=1$  εκ. του μέτρου και τα  $\frac{40}{100}=40 \times 1=40$  εκ.

Καταλήγουν έτσι στο συμπέρασμα ότι:

*α. για τη σύγκριση δύο κλασμάτων αυτά πρέπει να είναι ομώνυμα και*

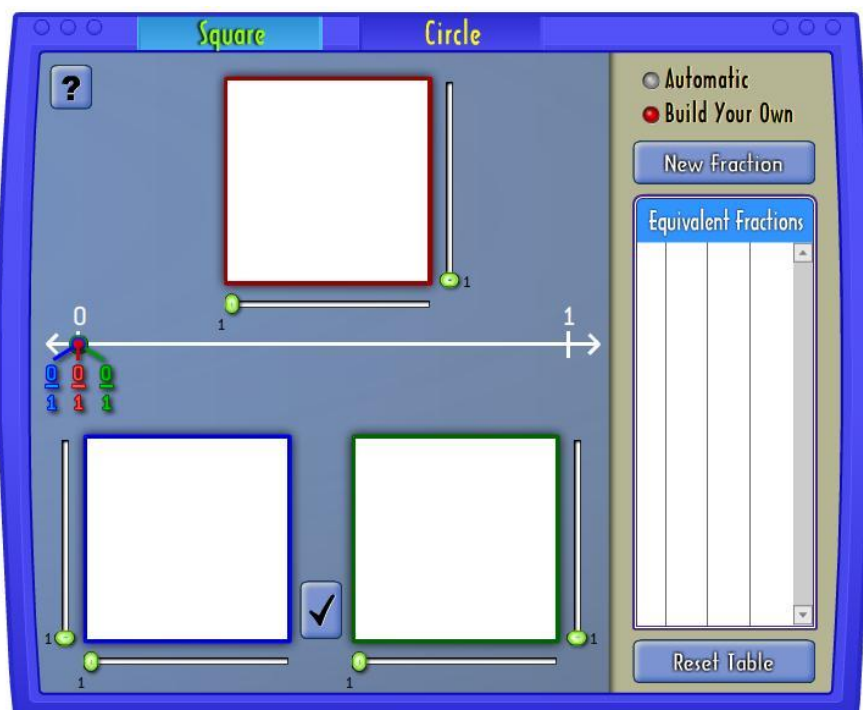
*β. δύο κλάσματα με διαφορετικούς όρους μπορούν να εκφράζουν την ίδια ποσότητα.»*

Για την εγκυροποίηση των συμπερασμάτων και την εισαγωγή της τεχνολογίας, προτείνεται στους/στις μαθητές/τριες να διερευνήσουν τι θα συνέβαινε αν υπήρχε και μια κορδέλα με μήκος  $\frac{6}{15}$  του μέτρου. Εργαζόμενοι/ες με το ίδιο τρόπο, διαπιστώνουν ότι στην περίπτωση αυτή δεν μπορεί να υπάρξει λύση όπως έγινε στην προηγούμενη περίπτωση με αναγωγή στο 100 με τη χρήση του μέτρου. Διερευνάται το ερώτημα αν μπορεί να γίνει με κάποιο τρόπο ή αν υπάρχει κάποιο εργαλείο που μπορεί να βοηθήσει ώστε να γίνει αυτή η αναγωγή και να οπτικοποιηθεί.

Ανοίγουν το λογισμικό, “Equivalent Fractions” στην ιστοσελίδα:

<http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80> η οποία έχει προστεθεί στα «Αγαπημένα» του περιηγητή .

Στο πλαίσιο του λογισμικού που εμφανίζεται επιλέγουν τα πλαίσια “Square” και



“Bild Your Own”.

Το πρώτο πλαίσιο το χωρίζουν σε 100 μέρη μετακινώντας τους επιλογείς που εμφανίζονται κάτω και δίπλα από αυτό και χρωματίζουν επιλέγοντας τα 40 από αυτά.

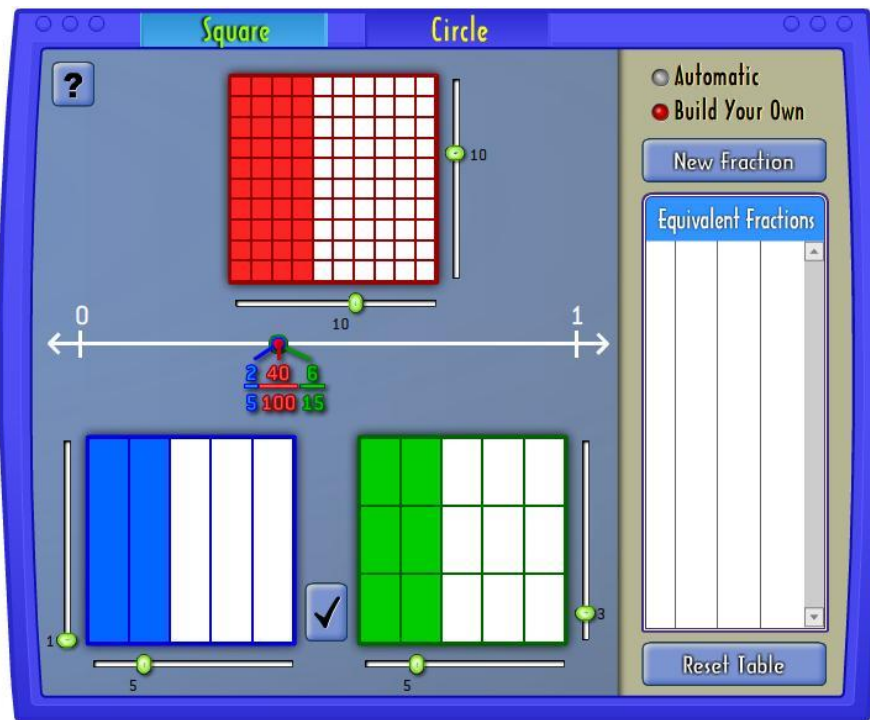
Στην αριθμογραμμή στο κέντρο της οθόνης εμφανίζεται το κλάσμα  $40/100$ .

Με όμοιο τρόπο εργάζονται και για τα άλλα δύο κλάσματα:

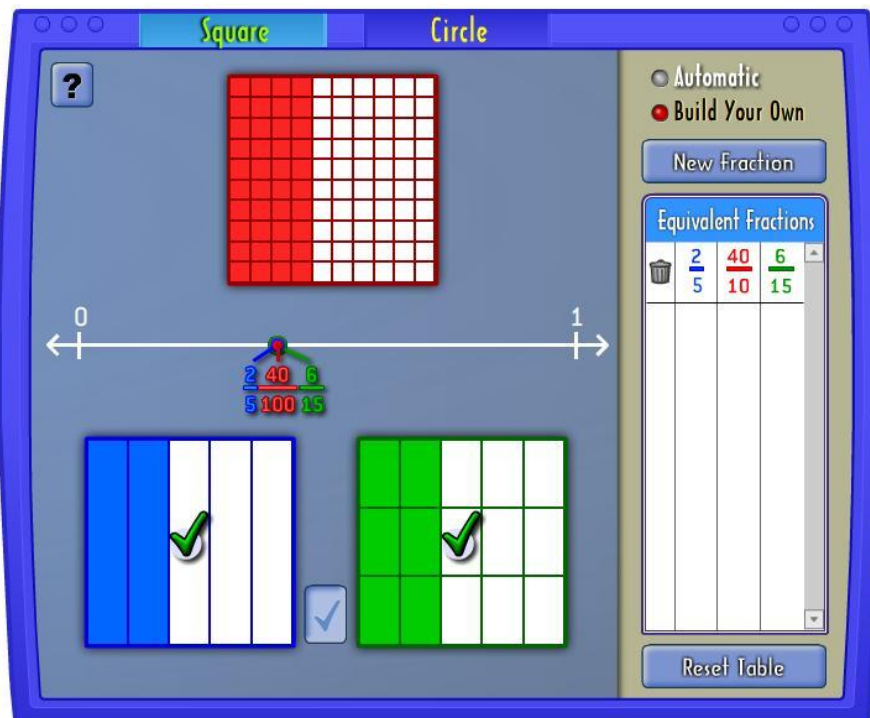
Το δεύτερο το χωρίζουν σε 5 μέρη και χρωματίζουν επιλέγοντας τα 2 από αυτά.

Το τρίτο το χωρίζουν σε 15 μέρη και επιλέγουν τα 6 από αυτά.

Στην αριθμογραμμή στο κέντρο του πίνακα εμφανίζονται τα αντίστοιχα κλάσματα, τα οποία τοποθετούνται στην θέση 0-1 ανάλογα με την αξία τους.



Παρατηρούν ότι τα κλάσματα συμπίπτουν, άρα έχουν την ίδια αξία.  
 Επιλέγοντας το σύμβολο (✓) μεταξύ των δύο κάτω πλαισίων (μπλε και πράσινο στην εικόνα) εμφανίζονται τα ισοδύναμα κλάσματα στον πίνακα (equivalent fractions)



δεξιά στην οθόνη.

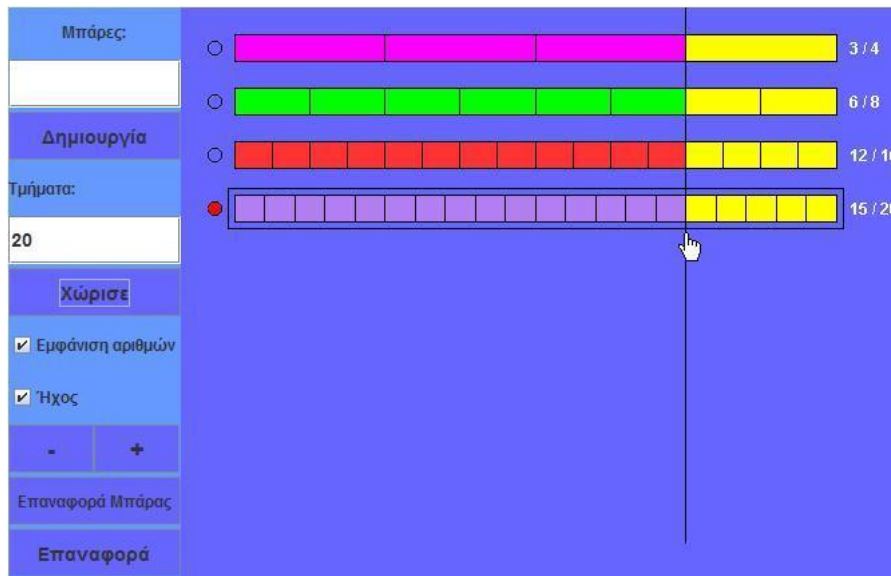
**2<sup>η</sup> Φάση: Εισαγωγή στη νέα γνώση. Πραγματοποίηση εισαγωγικής δραστηριότητας**

**Πρόβλημα 1:** «Ο Κώστας, ο Νίκος, ο Αντρέας και ο Γιώργος παράγγειλαν από μία πίτσα του ίδιου μεγέθους. Ο Κώστας έφαγε τα  $\frac{3}{4}$  της πίτσας του, ο Νίκος έφαγε τα  $\frac{6}{8}$ , ο Ανδρέας τα  $\frac{12}{16}$  και ο Γιώργος τα  $\frac{15}{20}$ . Ποιος έφαγε το



μεγαλύτερο μέρος της πίτσας του; Να παρουσιάσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια του λογισμικού για να την αιτιολογήσετε.»

Προτείνεται να χρησιμοποιήσουν το λογισμικό «Μαθηματικά Ε΄-Στ΄ τάξης» του Π.Ι. επειδή μπορούν να σχηματιστούν μέχρι 10 κλάσματα και να συγκριθούν άμεσα με



οπτικοποίηση με το εργαλείο «χέρι».

Φέρνουν στην οθόνη 4 μπάρες. Στην πρώτη σχηματίζουν τα 3/4, στη δεύτερη τα 6/8, στην τρίτη τα 12/16 και στην τέταρτη τα 15/20. Φέρνουν το χεράκι με τον κάθετο άξονα στις μπάρες.

Συγκρίνουν τα κλάσματα και συμπεραίνουν ότι είναι ισοδύναμα, γράφοντας:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}.$$

Παρατηρώντας τους όρους του πρώτου κλάσματος και τους όρους των υπολοίπων, συζητούν για τη σχέση που μπορεί να υπάρχει μεταξύ τους και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα κλάσματα 6/8, 12/16 και 15/20 δημιουργήθηκαν πολλαπλασιάζοντας τους όρους του πρώτου 3/4 με τον ίδιο αριθμό (2, 4 και 5), είναι δηλαδή πολλαπλάσια του μικρότερου. Λειτουργώντας και αντίστροφα ζητείται από τα παιδιά να εντοπίσουν και την πορεία από το κλάσμα με τους μεγαλύτερους όρους, διαιρώντας κάθε φορά και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό.

**Πρόβλημα 2:** «*Η Μαρία διάβασε 12 λεπτά. Η Έλενα διάβασε διπλάσια ώρα από τη Μαρία. Ο Αλέκος διάβασε όση ώρα διάβασε η Μαρία και η Έλενα μαζί. Να δείξετε με τη βοήθεια του λογισμικού, σε ξεχωριστή λωρίδα με*

*μικρότερο δυνατόν παρονομαστή, το χρόνο που αφιέρωσε ο κάθε μαθητής για να διαβάσει.»*

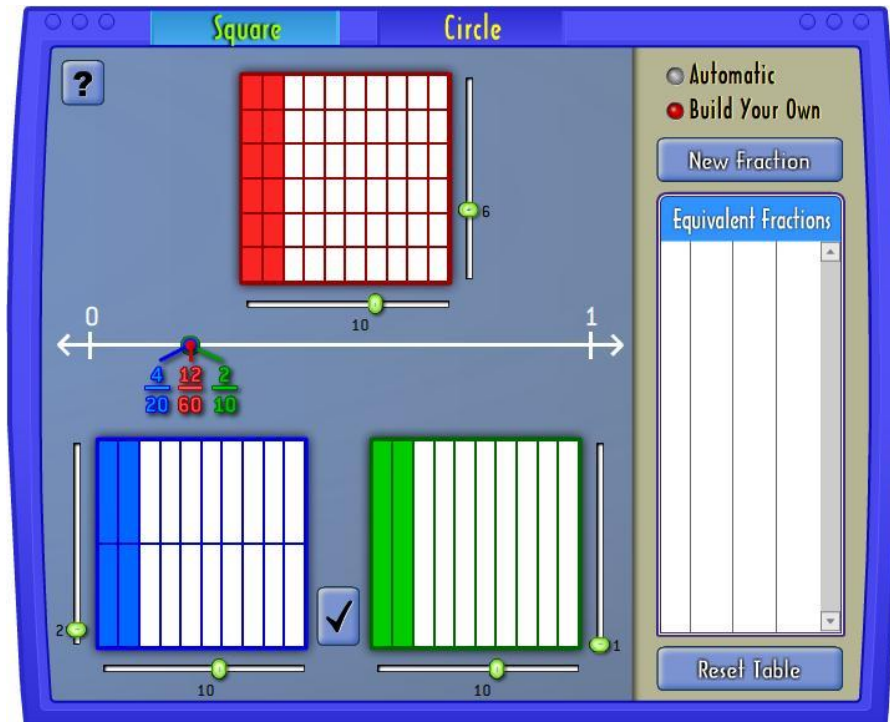
Βρίσκουν τον ακριβή χρόνο που αφιέρωσε ο κάθε μαθητής:

- η Μαρία 12 λεπτά ή ως κλάσμα  $12/60$  ώρες,
- η Έλενα 24 λεπτά  $24/60$  ώρες και
- ο Αλέκος 36 λεπτά  $36/60$  ώρες.

Στη συνέχεια και με τη βοήθεια του λογισμικού “Equivalent Fractions” στην ιστοσελίδα: <http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80> (όπως παραπάνω στην 1<sup>η</sup> Φάση) πειραματίζονται για να σχηματίσουν κλάσματα ισοδύναμα με μικρότερους όμως όρους.

Στο πάνω πλαίσιο σχηματίζουν το αρχικό κλάσμα και στα δύο κάτω προσπαθούν να βρουν το ισοδύναμο με τους μικρότερους δυνατούς όρους, παρατηρώντας και τη θέση των κλασμάτων στην αριθμογραμμή. Έτσι για το κλάσμα  $12/60$  θα χωρίσουν το πάνω πλαίσιο (κόκκινο) στο οποίο θα σχηματίσουν το κλάσμα και στα κάτω πλαίσια (γαλάζιο και πράσινο), θα προσπαθήσουν να σχηματίσουν κλάσμα ισοδύναμο με μικρότερους όρους π.χ.  $3/20$ ,  $2/10$  με τελικό ζητούμενο το  $1/5$ .

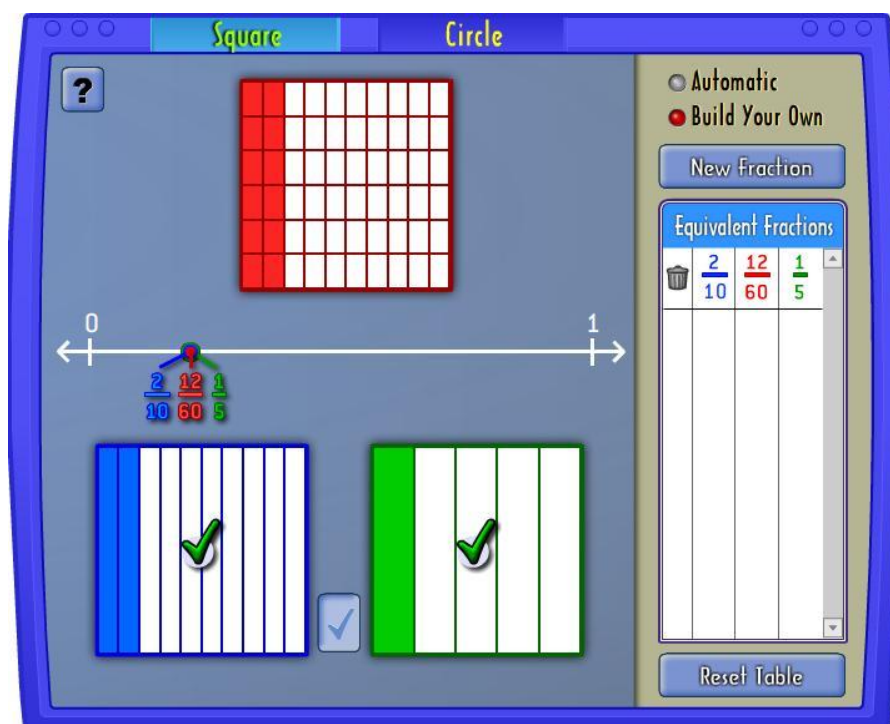
Αν δυσκολεύονται τους δίνεται η οδηγία να χωρίσουν τα κάτω πλαίσια μόνο με την μία δυνατότητα επιλογής, ή σε μονοψήφιο αριθμό τμημάτων (όπως στο πράσινο πλαίσιο στην παρακάτω εικόνα), εξετάζοντας αν υπάρχει κάποια σχέση του αριθμού των τμημάτων με τον αριθμό 60.



Με τον ίδιο τρόπο θα εργαστούν και για τα κλάσματα  $\frac{24}{60}$  και  $\frac{36}{60}$ , βρίσκοντας τα ισοδύναμά τους (ή κάποια από αυτά):

- $\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{8}{20} = \frac{6}{15} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$  και
- $\frac{36}{60} = \frac{18}{30} = \frac{12}{20} = \frac{9}{15} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ .

Σε κάθε περίπτωση μπορούν να κάνουν και την επαλήθευση με τη χρήση της



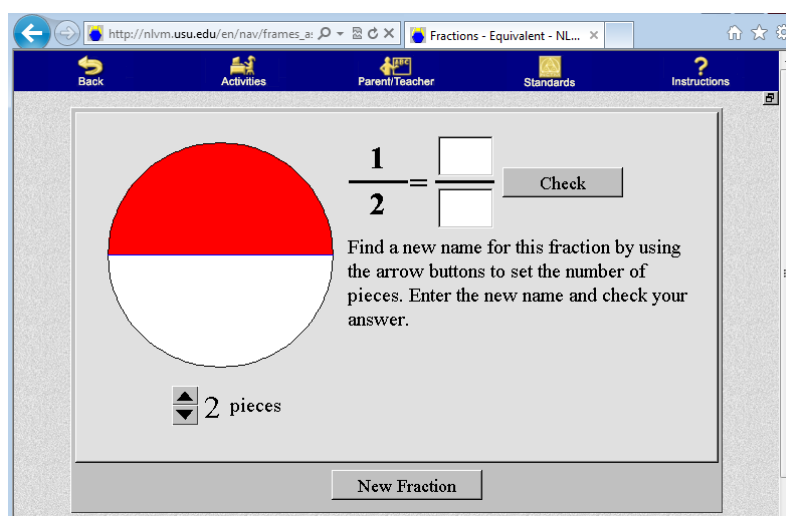
επιλογής μεταξύ των δύο κάτω πλαισίων.

Παρατηρώντας τους όρους του πρώτου κλάσματος και τους όρους των υπολοίπων και στις τρεις περιπτώσεις, συζητούν για τη σχέση που μπορεί να υπάρχει μεταξύ τους και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα κλάσματα με μικρότερους όρους δημιουργήθηκαν διαιρώντας με τον ίδιο αριθμό τους όρους του κλάσματος κάθε φορά (απλοποίηση). Συγχρόνως παρατηρούν ότι τα κλάσματα  $1/5$ ,  $2/5$  και  $3/5$  δεν απλοποιούνται περισσότερο, είναι δηλαδή ανάγωγα.

Τέλος μετά από συζήτηση καταλήγουν ότι η απλοποίηση είναι κάτι που έχει αξία, καθώς με αυτήν κατανοείται καλύτερα η ποσότητα του κλάσματος και γίνονται ευκολότερα οι συγκρίσεις.

### 3<sup>η</sup> Φάση: Επισημοποίηση – ανακοίνωση της νέας γνώσης

Στη φάση αυτή γίνεται η επισημοποίηση της νέας γνώσης με τη βοήθεια της εφαρμογής που βρίσκεται στη διεύθυνση:



και η οποία έχει προστεθεί στο φάκελο «Αγαπημένα» για ευκολότερη πρόσβαση.

Η εφαρμογή αυτή απεικονίζει σχέσεις μεταξύ ισοδυνάμων κλασμάτων. Οι μαθητές/τριες καλούνται να

σχηματίσουν ισοδύναμο κλάσμα με αυτό που

δίνεται, πατώντας στα βελάκια

επιθυμεί

(μεγαλύτ

ερους ή μικρότερους όρους) και μετά να γράψει το νέο κλάσμα στα κενά κουτάκια .  
Με την επιλογή  στη συνέχεια μπορούν να ελέγξουν κατά πόσο το κλάσμα που δημιούργησαν και έγραψαν είναι ισοδύναμο με αυτό που τους δόθηκε από την αρχή. Με την επιλογή  μπορούν να επιλέξουν το περιβάλλον με στήλες, γραμμές ή τον κύκλο. Με την ποικιλία των αναπαραστάσεων επιδιώκεται η επίτευξη της συσχετικής κατανόησης από τους μαθητές/τριες των δύο τρόπων, με τους οποίους μπορούν να δημιουργήσουν ισοδύναμα κλάσματα (με πολλαπλασιασμό ή απλοποίηση των όρων).

#### 4<sup>η</sup> Φάση: Ασκήσεις εφαρμογής και εμπέδωσης

Οι μαθητές/τριες θα μεταβούν στη διεύθυνση:

[http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract\\_c/drast/askhseis/fract\\_10\\_exer.htm#3](http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract_c/drast/askhseis/fract_10_exer.htm#3) , η οποία βρίσκεται στο φάκελο «Αγαπημένα», και να ασχοληθούν με τη σειρά των δραστηριοτήτων που υπάρχουν, ελέγχοντας κάθε φορά την απάντησή τους και παίρνοντας την ανατροφοδότηση για να συνεχίσουν στην επόμενη δραστηριότητα.

Και σε αυτήν τη φάση υπάρχει περιβάλλον δημιουργίας ισοδύναμων κλασμάτων με πολλαπλές αναπαραστάσεις.

### 5<sup>η</sup> Φάση: Αξιολόγηση

Η άσκηση αξιολόγησης βρίσκεται στο διαδίκτυο και στη διεύθυνση <http://www.interactivestuff.org/sums4fun/shade.html>, η οποία και αυτή υπάρχει στο φάκελο «Αγαπημένα» για ευκολότερη πρόσβαση.

Shade in:  
 $\frac{11}{25}$   
of the figure  
on the left, and  
click the  
button below:

Check  
Answer

Another  
Question

Score:  $\frac{3}{6}$

Οι μαθητές/τριες καλούνται να χρωματίσουν κάθε φορά τόσα τετραγωνάκια όσα αναφέρονται στο κλάσμα που τους δίνεται. Αφού κάνουν τις επιλογές τους μπορούν να ελέγξουν την απάντησή τους . Επειδή δεν υπάρχει η δυνατότητα απάντησης για δεύτερη φορά στην ίδια ερώτηση, θα πρέπει να είναι προσεκτικοί και όχι επιπόλαιοι στις απαντήσεις τους, διαφορετικά θα χρεώνονται με λάθος απάντηση. Στη συνέχεια επιλέγουν την επόμενη ερώτηση . Αριστερά κάτω της οθόνης αναγράφεται το αποτέλεσμα των επιτυχημένων

απαντήσεων στο σύνολο των ερωτήσεων . Αφού ασχοληθούν για 5 λεπτά θα ανακοινώσουν το αποτέλεσμά τους η κάθε ομάδα, καθώς και τι θα έπρεπε να προσέξουν στις λανθασμένες απαντήσεις που τυχόν έχουν δώσει.

Στη συνέχεια θα δοθεί στους μαθητές/τριες το φύλλο αξιολόγησης, στο οποίο υπάρχουν δραστηριότητες – ασκήσεις, τις οποίες καλούνται να τις απαντήσουν με βάση τα όσα προηγήθηκαν.

Η 1<sup>η</sup>, 2<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup> είναι ασκήσεις που προτείνει ο εκπαιδευτικός Γιάννης Σαλονικίδης στον ιστότοπο:

[http://users.sch.gr//salnk/didaskalia/fract\\_c/drast/extra/isodynama.swf](http://users.sch.gr//salnk/didaskalia/fract_c/drast/extra/isodynama.swf) ,

προσαρμοσμένες στις ανάγκες του συγκεκριμένου σχεδίου μαθήματος και αναφέρονται στον εντοπισμό και στη δημιουργία ισοδυνάμων κλασμάτων.

- Η 4<sup>η</sup> άσκηση απαιτεί την αντιστοίχιση ισοδυνάμων κλασμάτων.
- Η 5<sup>η</sup> άσκηση απαιτεί τη συμπλήρωση των όρων που λείπουν από ισοδύναμα κλάσματα.
- Η 6<sup>η</sup> άσκηση είναι ένα πρόβλημα, το οποίο θα λυθεί με τρόπο ανάλογο των όσων έχουν προηγηθεί.

## **ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

Βασικός σκοπός είναι η ενσωμάτωση της αξιολόγησης στην εκπαιδευτική διαδικασία ως αναπόσπαστο κομμάτι και όχι ως συμπλήρωμα ή διακοπή της. Έτσι η αξιολόγηση παρέχει συνεχή ροή πληροφοριών, επιτρέποντας τη λήψη αποφάσεων κατά τη διάρκεια της διδακτικής ενότητας και όχι μετά το τέλος της διδασκαλίας. Κύρια επιδίωξη είναι η συλλογή δεδομένων, η ερμηνεία τους και φυσικά η βελτίωση της επίδοσης των μαθητών/τριών και όχι ο έλεγχος.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η αξιολόγηση της εργασίας των μαθητών/τριών θα περιλαμβάνει:

- Την αρχική-διερευνητική αξιολόγηση με την πρώτη δραστηριότητα, ώστε να ελεγχθούν οι προαπαιτούμενες γνώσεις τους.
- Τη διαμορφωτική αξιολόγηση, η οποία θα διεξαχθεί κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας μέσω παρατήρησης της συμμετοχής και του ενδιαφέροντος των μαθητών/τριών, μέσω των ερωτήσεών τους και γενικότερα του διαλόγου, καθώς και της συμμετοχής τους σε δραστηριότητες στην ομάδα
- Την τελική αξιολόγηση στην τελευταία φάση με το φύλλο αξιολόγησης.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης, Τόμ. Α΄, ΥΠ.Ε.Π.Θ-Π.Ι., Αθήνα 2002.

Κακαδιάρης, Χ., Μπελίτσου, Ν., Στεφανίδης, Γ., Χρονοπούλου, Γ. (2006) *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού*, ΥΠ.Ε.Π.Θ-Π.Ι., Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Κακαδιάρης, Χ., Μπελίτσου, Ν., Στεφανίδης, Γ., Χρονοπούλου, Γ. (2006) *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού Βιβλίο Δασκάλου*, ΥΠ.Ε.Π.Θ-Π.Ι., Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Κακαδιάρης, Χ., Μπελίτσου, Ν., Στεφανίδης, Γ., Χρονοπούλου, Γ. (2006) *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού Τετράδιο Εργασιών β΄ τεύχος*, ΥΠ.Ε.Π.Θ-Π.Ι., Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (2005). *Μεταγνωστικές διεργασίες και αυτο-ρύθμιση*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ (2008) *Επιμορφωτικό Υποστηρικτικό Υλικό για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία, Ομάδα εργασίας: Μαθηματικά Δημοτικής Εκπαίδευσης ΜΑΘ1\_ΚΟ7*,.

Οι δικτυακοί τόποι με εφαρμογές:

<http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80>

[http://users.sch.gr/salnk/didaskalia/fract\\_c/drast/extra/isodynamama.swf](http://users.sch.gr/salnk/didaskalia/fract_c/drast/extra/isodynamama.swf)

<http://www.interactivestuff.org/sums4fun/shade.html>

[http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract\\_c/drast/askhseis/fract\\_10\\_exer.htm#3](http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract_c/drast/askhseis/fract_10_exer.htm#3)

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_105\\_g\\_2\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_105_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html)

[ml](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_105_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html) (προσπελάστηκαν 30-6-2011)



## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

### Δραστηριότητα 1:

Έχω δύο κομμάτια κορδέλας. Το πρώτο έχει μήκος  $\frac{2}{5}$  του μέτρου και το δεύτερο  $\frac{40}{100}$  του μέτρου. Ποιο κομμάτι έχει μεγαλύτερο μήκος;

---

---

---

Συμπέρασμα:

α: \_\_\_\_\_

β: \_\_\_\_\_

Αν χρειαστεί και ένα κομμάτι που είναι  $\frac{6}{15}$  του μέτρου, ποιο από τα κομμάτια θα είναι μεγαλύτερο;

---

---

Γιατί;

---

---

Σε δυσκολεύει κάτι να απαντήσεις σ' αυτή την περίπτωση;

Μπορείς να εργαστείς με τη βοήθεια του μέτρου;

---

---

---

Ανοίγουμε το λογισμικό: "Equivalent Fractions" στην ιστοσελίδα:

<http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80> (θα το βρεις στην επιλογή "Αγαπημένα" του περιηγητή).

Επιλέγουμε: "Square" και "Build Your Own".

Χωρίζουμε το κόκκινο πλαίσιο (επάνω) σε 100 ίσα μέρη μετακινώντας και τους δύο επιλογείς στη θέση 10.

Χρωματίζουμε τα  $\frac{40}{100}$ .

Με όμοιο τρόπο σχηματίζουμε:

το κλάσμα  $\frac{2}{5}$  στο γαλάζιο πλαίσιο και

το κλάσμα  $\frac{6}{15}$  στο πράσινο πλαίσιο κάτω.

Τι παρατηρείτε για τα κλάσματα  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{16}{15}$  και  $\frac{40}{100}$  στην αριθμογραμμή; (Αν δεν είστε βέβαιοι/ες, επιλέξτε και παρατηρήστε τι δείχνει η οθόνη και ο πίνακας “Equivalent Fractions”):

---

---

Τα κλάσματα αυτά λέγονται **ισοδύναμα** γιατί εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας ποσότητας (κορδέλα) και τα γράφουμε χρησιμοποιώντας το σύμβολο της ισότητας:

$$\frac{1}{5} = \frac{40}{100} = \frac{6}{15}.$$

### **Δραστηριότητα 2:**

*Ο Κώστας, ο Νίκος, ο Αντρέας και ο Γιώργος παράγγειλαν από μία πίτσα του ίδιου μεγέθους. Ο Κώστας έφαγε τα  $\frac{3}{4}$  της πίτσας του, ο Νίκος έφαγε τα  $\frac{6}{8}$ , ο Ανδρέας τα  $\frac{12}{16}$  και ο Γιώργος τα  $\frac{15}{20}$ . Ποιος έφαγε το μεγαλύτερο μέρος της πίτσας του; Να παρουσιάσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια του λογισμικού Μαθηματικά Ε'-Στ': Μπάρες για να την αιτιολογήσετε.*

Απάντηση: \_\_\_\_\_

---

Τι παρατηρείτε; Ποια σχέση έχουν οι όροι των κλασμάτων;

---

---

Με ποιον τρόπο μπορούμε να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα;

---

---

*(Πολλαπλασιάζοντας και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό. Έτσι φτιάχνουμε ισοδύναμα κλάσματα με μεγαλύτερους όρους)*

### **Δραστηριότητα 3:**

*α) Η Μαρία διάβασε 12 λεπτά. Η Έλενα διάβασε διπλάσια ώρα από τη Μαρία. Ο Αλέκος διάβασε όση ώρα διάβασε η Μαρία και η Έλενα μαζί.*

*Να δείξετε με τη βοήθεια του λογισμικού “Equivalent Fractions” στην ιστοσελίδα:*

<http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?id=80>,

σε ξεχωριστό πλαίσιο κάθε φορά, προσπαθώντας να βρείτε το ισοδύναμο κλάσμα με όσο το δυνατόν μικρότερο παρονομαστή, για το χρόνο που αφιέρωσε ο κάθε μαθητής για να διαβάσει.

(Μπορείς να σχηματίσεις στα κάτω πλαίσια, το γαλάζιο και το πράσινο ίσα μέρη με την επιλογή μόνο του ενός δείκτη)

Ποια είναι τα κλάσματα αυτά;

Μαρία:	
Έλενα:	
Αλέκος:.	

Τι παρατηρείτε; Ποια σχέση έχουν οι όροι των κλασμάτων με τα αρχικά;

---

---

Με ποιον τρόπο μπορούμε να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα;

---

---

(Διαιρώντας και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό. Έτσι φτιάχνουμε ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους-απλοποίηση)

Ποια κλάσματα δεν απλοποιούνται περισσότερο;

---

---

(Τα κλάσματα  $1/5$ ,  $2/5$ ,  $3/5$  και γι' αυτό τα ονομάζουμε ανάγωγα)

Σε τι μας βοηθά η απλοποίηση κλασμάτων;

---

---

(Η απλοποίηση είναι κάτι που έχει αξία, καθώς με αυτήν κατανοείται καλύτερα η ποσότητα του κλάσματος και γίνονται ευκολότερα οι συγκρίσεις).

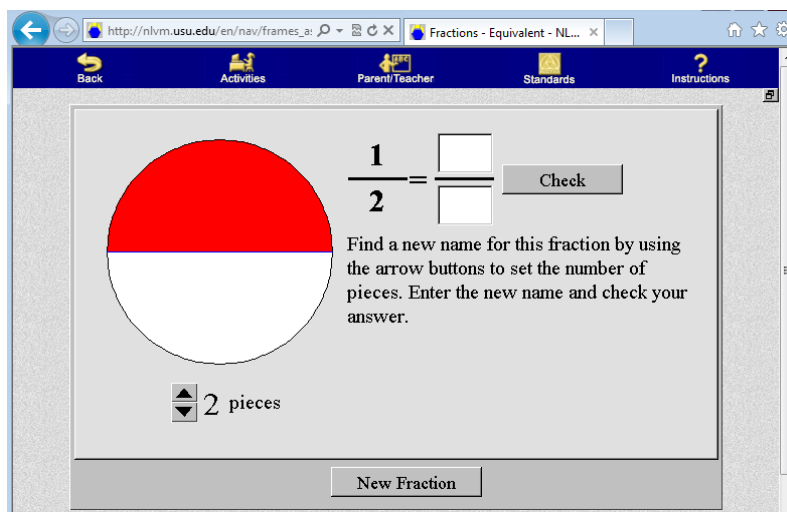
β) Να εξετάσετε αν τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας:


$\frac{1}{4} = \frac{2}{5}$	$\frac{5}{7} = \frac{4}{6} = \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{18}{27}$	$\frac{7}{8} = \frac{14}{16} = \frac{15}{18} = \frac{17}{18}$	$\frac{3}{4} = \frac{4}{5} = \frac{6}{7} = \frac{13}{14}$
-----------------------------	---	---	---	---


#### Δραστηριότητα 4:

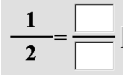

Ανοίγουμε τον ΙΕ και από το φάκελο «Αγαπημένα» και επιλέγουμε τη διεύθυνση:

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_105\\_g\\_2\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_105_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html)



Αριστερά της οθόνης βλέπετε τα ίσα μέρη στα οποία είναι χωρισμένο το σχήμα και χρωματισμένα κάποια από αυτά. Πατώντας το κουμπί  μπορείτε να επιλέξετε ανάμεσα σε κύκλο και σε ορθογώνιο χωρισμένο σε γραμμές ή στήλες. Στα δεξιά υπάρχει γραμμένο το κλάσμα που παριστάνει. Εσείς θα πρέπει με τα βελάκια

που υπάρχουν στο κάτω μέρος του σχήματος  να αυξήσετε ή να ελαττώσετε τα μέρη του ώστε να βρείτε κλάσμα ισοδύναμο με μεγαλύτερους ή μικρότερους όρους

και να το γράψετε μετά το σύμβολο της ισότητας στα λευκά κουτάκια . Στη συνέχεια κάνετε κλικ στην επιλογή  για να ελέγξετε την απάντησή σας.

Έχετε στη διάθεσή σας 5 λεπτά για να ασχοληθείτε και να σημειώσετε τις επιτυχίες σας. Συζητείστε για τις αποτυχημένες προσπάθειές σας.

#### Δραστηριότητα 5:

Από το φάκελο «Αγαπημένα» επιλέξτε τη διεύθυνση:

[http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract\\_c/drast/askhseis/fract\\_10\\_exer.htm#3](http://e-math.eduportal.gr/askhseis/fract_c/drast/askhseis/fract_10_exer.htm#3)

και προσπαθήστε να απαντήσετε στις δραστηριότητες που υπάρχουν, ελέγχοντας κι εδώ τις απαντήσεις σας. Σημειώστε τις επιτυχημένες απαντήσεις και συζητήστε για τις αποτυχημένες.

### Δραστηριότητα 6

Από το φάκελο «Αγαπημένα» επιλέγουμε τη διεύθυνση:

<http://www.interactivestuff.org/sums4fun/shade.html>. Εμφανίζεται ένα πλέγμα σχήματος όπως το παρακάτω:

Shade in:  
 $\frac{11}{25}$   
of the figure  
on the left, and  
click the  
button below:

Check  
Answer

Another  
Question

Score:  $\frac{3}{6}$

Στο σχήμα που υπάρχει και είναι χωρισμένο σε ίσα μέρη θα πρέπει να χρωματίσετε

τόσα ώστε να ανταποκρίνονται στο κλάσμα που υπάρχει δεξιά του σχήματος

Αφού κάνετε τις επιλογές σας μπορείτε να ελέγξετε την απάντησή σας κάνοντας κλικ

στην επιλογή **Check Answer**. Επειδή δεν υπάρχει η δυνατότητα διόρθωσης της

απάντησής σας θα πρέπει να είστε προσεκτικοί και σοβαροί, διαφορετικά θα

χρεώνεστε με λάθος απάντηση. Στη συνέχεια επιλέγετε την επόμενη ερώτηση με την

επιλογή **Another Question**. Αριστερά κάτω της οθόνης αναγράφεται το αποτέλεσμα των

επιτυχημένων απαντήσεων στο σύνολο των ερωτήσεων **Score: 3 / 6**. Έχετε στη

διάθεσή σας 5 λεπτά για να ασχοληθείτε και να σημειώσετε τις επιτυχίες σας.

Συζητήστε για τις αποτυχημένες προσπάθειές σας.

### Δραστηριότητα 7:

Συμπληρώστε σωστά το συμπέρασμα:

A. Τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς όρους, αλλά εκφράζουν την ίδια ποσότητα λέγονται .....

B. Για να βρω ισοδύναμα κλάσματα ενός κλάσματος:

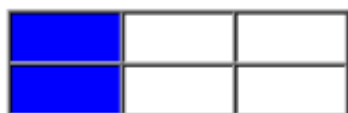
- ..... (πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό) και φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με μεγαλύτερους όρους.
- ..... (διαιρώ και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό) και φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους.
- Το κλάσμα που δεν απλοποιείται περισσότερο ονομάζεται .....

## ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Παρατήρησε ποιο μέρος του σχήματος είναι βαμμένο και βάλε το σωστό αριθμητή και παρονομαστή:



Είναι βαμμένο το 1 κομμάτι από τα 3 κομμάτια  $\frac{1}{3}$



Είναι βαμμένα τα ... κομμάτια από τα ... κομμάτια  $\frac{\quad}{\quad}$



Είναι βαμμένα τα ... κομμάτια από τα ... κομμάτια  $\frac{\quad}{\quad}$

Τι παρατηρείς; .....

Συμπέρασμα: Το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$  έχει την ίδια αξία με το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$  και με το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$

Τα κλάσματα αυτά λέγονται ..... και έχουμε:  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

2. Χρωμάτισε το μέρος του σχήματος που δείχνουν τα κλάσματα:



Χρωμάτισε τα  $\frac{3}{5}$  του σχήματος



Χρωμάτισε τα  $\frac{6}{10}$  του σχήματος



Χρωμάτισε τα  $\frac{12}{20}$  του σχήματος

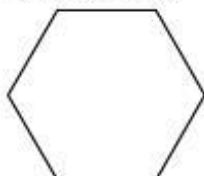
Τι παρατηρείς; .....

Συμπέρασμα: Το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$  έχει την ίδια αξία με το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$  και με το κλάσμα  $\frac{\quad}{\quad}$

Τα κλάσματα αυτά λέγονται ..... και έχουμε:  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

3.

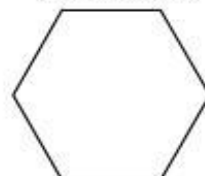
Χώρισε το σχήμα σε 2 ίσα μέρη



Τι μέρος του σχήματος είναι βαμμένο;



Χώρισε το σχήμα σε 6 ίσα μέρη



Τι μέρος του σχήματος είναι βαμμένο;



Χρωμάτισε σε κάθε σχήμα τόσα μέρη, ώστε να είναι βαμμένο το ίδιο μέρος σε κάθε σχήμα

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ**

Τα κλάσματα  $\frac{1}{2}$  και  $\frac{2}{6}$  είναι

....., γιατί φανερώνουν ίσα μέρη του ίδιου σχήματος και έτσι έχουμε:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{6}$$

4. Αντιστοιχίσετε το κλάσμα που υπάρχει αριστερά με όσα ισοδύναμά του υπάρχουν στη δεξιά στήλη:

	$\frac{2}{8}$
	$\frac{2}{10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{7}$
	$\frac{1}{3}$

	$\frac{4}{12}$
	$\frac{1}{5}$
$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{11}$
	$\frac{3}{9}$

$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$
---------------	---------------

$\frac{6}{15}$	$\frac{5}{14}$
----------------	----------------



$\frac{10}{12}$
$\frac{15}{16}$
$\frac{15}{18}$

$\frac{2}{5}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{8}{20}$

5. Να συμπληρώσετε τους όρους που λείπουν ώστε να ισχύει η ισοδυναμία των κλασμάτων:

$\frac{\quad}{6} = \frac{10}{12}$	$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{16}$	$\frac{2}{\quad} = \frac{4}{10}$
$\frac{1}{9} = \frac{\quad}{18} = \frac{\quad}{27} = \frac{4}{36}$	$\frac{1}{10} = \frac{2}{\quad} = \frac{3}{\quad} = \frac{4}{\quad}$	$\frac{1}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{3}{\quad} = \frac{\quad}{20}$

6. Στις μαθητικές εκλογές ψήφισαν 24 μαθητές/τριες και μαθήτριες. Η Έφη πήρε 12 ψήφους.

- Τι μέρος των ψήφων (σε κλάσμα) πήρε η Έφη;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

- Με ποια άλλα ισοδύναμα κλάσματα μπορείτε να το εκφράσετε;

\_\_\_\_\_