

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής
12 Μαΐου 2007
Ε΄ τάξη

1. Τα μπισκότα



Ο Πέτρος έφαγε 100 μπισκότα σε 5 ημέρες. Κάθε μέρα έτρωγε 6 μπισκότα περισσότερα από την προηγούμενη. Πόσα μπισκότα έφαγε τη δεύτερη ημέρα;

Λύση:

Το πιθανότερο είναι οι μαθητές να έχουν λύσει το πρόβλημα με διάφορες δοκιμές. Να ξεκίνησαν, ας πούμε, υποθέτοντας ότι την πρώτη μέρα έφαγε 10 μπισκότα και στη συνέχεια να αυξομειώνουν αυτούς τους αριθμούς για να καταλήξουν στο σωστό.

Παρακάτω παραθέτουμε και μερικές ακόμη λύσεις.

Δεύτερη λύση

Τη δεύτερη μέρα έφαγε 6 λιγότερα μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη, ενώ την τέταρτη έφαγε 6 περισσότερα από την τρίτη δηλαδή τις δύο αυτές ημέρες έφαγε συνολικά διπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα.

Επίσης την πρώτη ημέρα έφαγε 12 λιγότερα από την τρίτη ενώ την πέμπτη ημέρα έφαγε 12 περισσότερα από την τρίτη. Επομένως και τις δύο αυτές ημέρες έφαγε συνολικά διπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα.

Άρα συνολικά τις πέντε ημέρες έφαγε πενταπλάσια μπισκότα από όσα έφαγε την τρίτη ημέρα, δηλαδή την τρίτη ημέρα έφαγε $100 : 5 = 20$ μπισκότα και την δεύτερη έφαγε $20 - 6 = 14$ μπισκότα.

Τρίτη λύση

Επειδή $6 + 12 + 18 + 24 = 60$, αν δεν αύξανε την ποσότητα των μπισκότων κατά 6 κάθε μέρα αλλά έτρωγε και τις 5 ημέρες όσα και την πρώτη θα είχε φάει συνολικά $100 - 60 = 40$ μπισκότα ή $40 : 5 = 8$ μπισκότα την ημέρα. Επομένως τόσα έφαγε την πρώτη μέρα και την δεύτερη έφαγε $8 + 6 = 14$ μπισκότα.

Τέταρτη λύση

Αν έφαγε a μπισκότα την πρώτη ημέρα τότε τις επόμενες έφαγε $a + 6$, $a + 12$, $a + 18$ και $a + 24$. Άρα πρέπει: $a + a + 6 + a + 12 + a + 18 + a + 24 = 100$ ή $5a + 60 = 100$ και $5a = 100 - 60$ δηλαδή $5a = 40$, επομένως $a = 40 : 5$ ή $a = 8$.

Έτσι τη δεύτερη μέρα έφαγε $8 + 6 = 14$ μπισκότα.

Πέμπτη λύση

Αν έφαγε β μπισκότα την τρίτη μέρα, τότε έχουμε:

1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η
$\beta - 12$	$\beta - 6$	β	$\beta + 6$	$\beta + 12$

Και πρέπει: $\beta - 12 + \beta - 6 + \beta + \beta + 6 + \beta + 12 = 100$

Δηλαδή: $5\beta = 100$ ή $\beta = 100 : 5$ άρα $\beta = 20$.

Άρα τη δεύτερη ημέρα έφαγε $20 - 6 = 14$ μπισκότα.

Απάντηση: 14 μπισκότα

2. Σχολικό Πρωτάθλημα Ποδοσφαίρου



Στο Πανελλήνιο Σχολικό Πρωτάθλημα Ποδοσφαίρου 5x5 για Δημοτικά Σχολεία δήλωσαν συμμετοχή 213 Σχολεία. Το Πρωτάθλημα θα διεξαχθεί με το σύστημα των νοκ-άουτ παιχνιδιών. Πόσα παιχνίδια θα χρειαστούν για να αναδειχθεί πρωταθλητής;

Σημείωση: Στο σύστημα των νοκ-άουτ παιχνιδιών οι συμμετέχοντες σχηματίζουν ζευγάρια που παίζουν μεταξύ τους και οι νικητές «περνάνε» στον επόμενο γύρο. Αν σε κάποιο γύρο το πλήθος των ομάδων που συμμετέχουν είναι μονός αριθμός, γίνεται κλήρωση και ένας «περνά» στον επόμενο γύρο χωρίς αγώνα.

Λύση:

Πρώτη λύση

1^{ος} γύρος: (213 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 212 θα παίξουν 106 παιχνίδια.

2^{ος} γύρος: (107 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 106 θα παίξουν 53 παιχνίδια.

3^{ος} γύρος: (54 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 27 παιχνίδια.

4^{ος} γύρος: (27 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 26 θα παίξουν 13 παιχνίδια.

5^{ος} γύρος: (14 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 7 παιχνίδια.

6^{ος} γύρος: (7 ομάδες) Μία ομάδα «περνά» χωρίς αγώνα και οι υπόλοιπες 6 θα παίξουν 3 παιχνίδια.

7^{ος} γύρος: (4 ομάδες) Οι ομάδες θα παίξουν 2 παιχνίδια.

Τελικός: (2 ομάδες) Θα παιχτεί 1 παιχνίδι.

Συνολικά: $1 + 2 + 3 + 7 + 13 + 27 + 53 + 106 = 212$ παιχνίδια.

Δεύτερη λύση

Για να αναδειχθεί πρωταθλητής θα πρέπει να έχουν χάσει (από ένα παιχνίδι) όλες οι υπόλοιπες ομάδες που συμμετέχουν. Και επειδή σε κάθε παιχνίδι χάνει μία μόνο ομάδα θα χρειαστούν $213 - 1 = 212$ παιχνίδια.

Απάντηση:...212 παιχνίδια.

3. Το τραπέζι της γιορτής



Γύρω από ένα τετράγωνο τραπέζι, μπορούν να καθίσουν τέσσερα άτομα. Για τη γιορτή του σχολείου, οι μαθητές τοποθέτησαν 10 τέτοια τετράγωνα τραπέζια το ένα μετά το άλλο για να δημιουργήσουν ένα μεγάλο και μακρύ τραπέζι. Πόσα άτομα μπορούν να καθίσουν σε αυτό το τραπέζι;

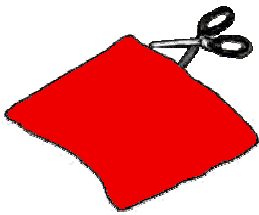
Λύση:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Οι περισσότεροι μαθητές έκαναν το σκίτσο και στη συνέχεια μέτρησαν τις διαθέσιμες θέσεις

Απάντηση: 22 άτομα

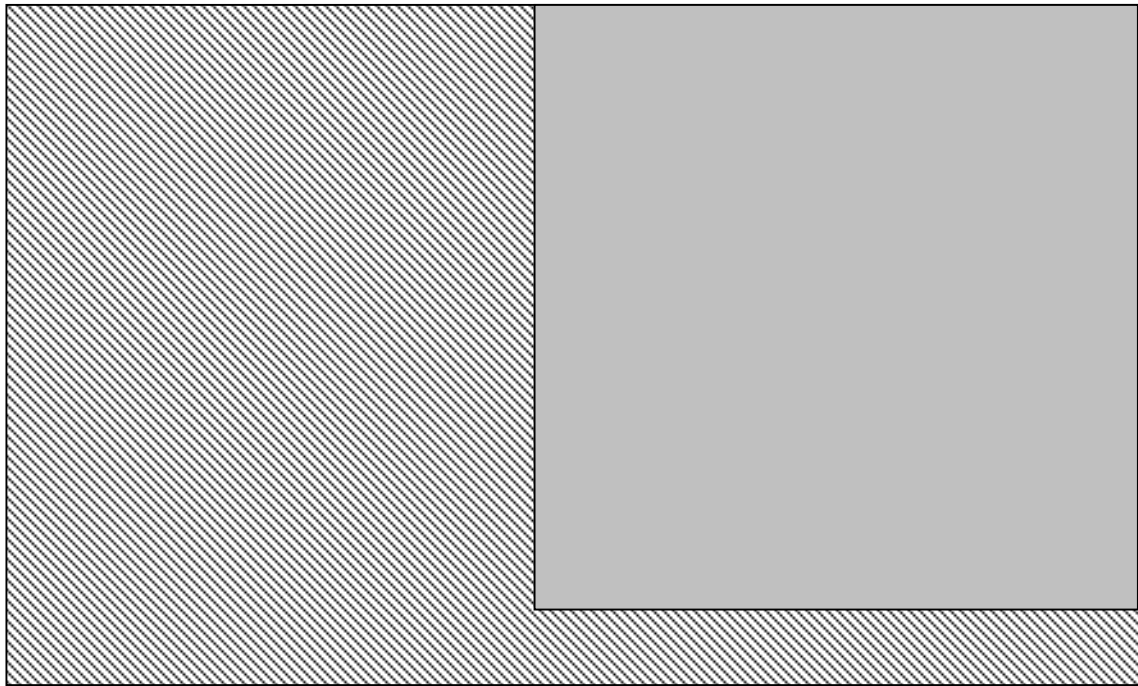
4. Κάρτες από χαρτόνι



Η Αλίκη έχει ένα χρωματιστό χαρτόνι σε σχήμα ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές 15 εκατοστά και 9 εκατοστά. Για να φτιάξει τετράγωνες κάρτες, κόβει από κάθε γωνία του χαρτονιού ένα τετράγωνο με πλευρά 8 εκατοστά.

Ποια είναι η περίμετρος του σχήματος που απομένει;

Λύση:



Από τα δεδομένα του προβλήματος καταλαβαίνουμε πως μπορεί να κόψει μόνο μια τέτοια κάρτα. Στην πραγματικότητα η περίμετρος του αρχικού σχήματος δεν αλλάζει!

Οι μαθητές μπορεί να έλυσαν το πρόβλημα κάνοντας το σχήμα και υπολογίζοντας.

Απάντηση: 48 εκατοστά