

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής Τάξη: ΣΤ΄

Όνοματεπώνυμο:

Σχολείο:

Η εκτύπωση



Η Άννα εκτύπωσε 135 σελίδες στον εκτυπωτή της. Πόσα ψηφία τύπωσε ο εκτυπωτής για την αρίθμηση των σελίδων από το 1 ως το 135;

Λύση:

Από το 1 ως το 135 υπάρχουν 9 μονοψήφιοι αριθμοί (1-9), 90 διψήφιοι (10-99) και $135 - 99 = 36$ τριψήφιοι (100-135).

Επομένως, συνολικά χρειάζονται:

$$9 + 2 \times 90 + 3 \times 36 = 9 + 180 + 108 = 297 \text{ ψηφία.}$$

Απάντηση: Ο εκτυπωτής τύπωσε 297 ψηφία για την αρίθμηση των 135 σελίδων.

Φωτογραφίες



Ο Παντελής πήγε εκδρομή με το σχολείο και έβγαλε φωτογραφίες. Θέλει να τις τοποθετήσει σε ένα άλμπουμ. Διαπίστωσε ότι αν βάλει δύο φωτογραφίες σε κάθε σελίδα, περισσεύουν 16 φωτογραφίες ενώ αν βάλει τρεις φωτογραφίες σε κάθε σελίδα, έχει χώρο για δέκα φωτογραφίες ακόμη. Πόσες φωτογραφίες έβγαλε και πόσες σελίδες έχει το άλμπουμ;

Λύση:

Βάζοντας 2 φωτογραφίες σε κάθε σελίδα περισσεύουν 16 φωτογραφίες.

Αυτές τις τοποθετεί μία-μία στις 16 πρώτες σελίδες.

Έτσι έχει στο άλμπουμ 16 σελίδες με 3 φωτογραφίες και κάποιες σελίδες με 2.

Με αυτό τον τρόπο οι 10 φωτογραφίες που θα μπορούσε να βάλει ακόμη στο άλμπουμ θα έπρεπε να τοποθετηθούν από μια σε κάθε σελίδα.

Άρα οι σελίδες με δύο φωτογραφίες είναι 10.

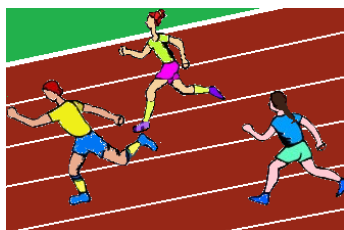
Δηλαδή το άλμπουμ έχει: $16 + 10 = 26$ σελίδες

και οι φωτογραφίες είναι:

$$3 \times 16 + 2 \times 10 = 48 + 20 = 68.$$

Απάντηση: Έβγαλε 68 φωτογραφίες και το άλμπουμ έχει 26 σελίδες.

Στο στίβο



Η Βάσω, η Πηνελόπη και ο Μανώλης πήγαν στο γήπεδο για να τρέξουν. Τρέχοντας με σταθερές ταχύτητες, σε ένα λεπτό ο Μανώλης καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του στίβου, η Βάσω το $\frac{1}{5}$ και η Πηνελόπη το $\frac{1}{6}$. Αν ξεκινήσουν να τρέχουν την ίδια στιγμή πόσους γύρους θα έχουν κάνει μέχρι να συναντηθούν ξανά όλοι μαζί στο σημείο από όπου ξεκίνησαν;

Λύση:

Ο Μανώλης σε ένα λεπτό καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του στίβου, άρα για να καλύψει ολόκληρο το στίβο χρειάζεται 3 λεπτά.

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε ότι η Βάσω χρειάζεται 5 λεπτά για να καλύψει ολόκληρο το στίβο και η Πηνελόπη 6 λεπτά.

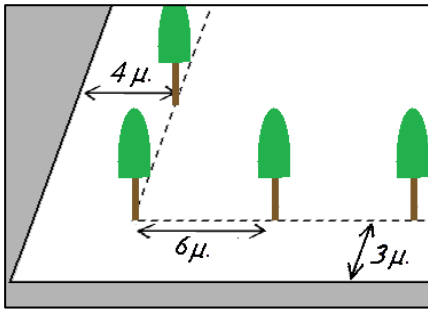
Ο Μανώλης θα περνά από το σημείο από όπου ξεκίνησαν στα πολλαπλάσια του 3, η Βάσω στα πολλαπλάσια του 5 και η Πηνελόπη στα πολλαπλάσια του 6.

Επομένως θα συναντηθούν ξανά όλοι μαζί σ' αυτό το σημείο σε τόσα λεπτά όσο είναι το Ε.Κ.Τ. των 3, 5, 6. Δηλαδή σε 30 λεπτά.

Τότε ο Μανώλης θα έχει κάνει $30 : 3 = 10$ γύρους, η Βάσω $30 : 5 = 6$ γύρους και η Πηνελόπη $30 : 6 = 5$ γύρους.

Απάντηση: Ο Μανώλης θα έχει κάνει 10 γύρους, η Βάσω 6 και η Πηνελόπη 5 γύρους.

Η πλατεία



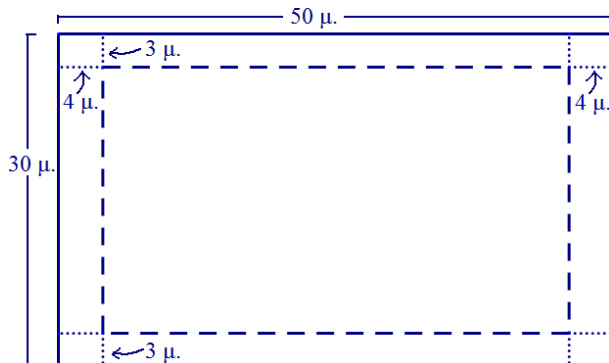
Μια ορθογώνια πλατεία έχει εμβαδόν 1.500 τετραγωνικά μέτρα και αναλογία διαστάσεων (πλάτος προς μήκος) 3 προς 5. Το Δημοτικό Συμβούλιο αποφάσισε για την ανάπτυξή της να φυτευτούν γύρω - γύρω λεύκες σε

απόσταση 6 μέτρων η μια από την άλλη. Οι λεύκες που θα τοποθετηθούν κατά το μήκος της πλατείας θα απέχουν από την άκρη της 3 μέτρα ενώ αυτές που θα τοποθετηθούν κατά το πλάτος θα απέχουν από την άκρη 4 μέτρα.

Πόσες λεύκες θα χρειαστούν για την ανάπτυξη;

Λύση:

Επειδή πλάτος προς μήκος έχουν αναλογία 3 προς 5, το πλάτος της πλατείας είναι ένα πολλαπλάσιο του 3 και το μήκος της το αντίστοιχο πολλαπλάσιο του 5. Αφού το εμβαδόν είναι 1.500 τ.μ., το γινόμενο πλάτος επί μήκος (σε μέτρα) είναι ίσο με 1.500. Άρα πλάτος = 30 μ. και μήκος = 50 μ.



Στο διπλανό σχέδιο της πλατείας οι λεύκες θα τοποθετηθούν πάνω στις διακεκομμένες γραμμές. Κατά μήκος, η πρώτη από την τελευταία θα απέχει

$50 - 2 \times 4 = 42$ μ., ενώ κατά πλάτος η απόσταση μεταξύ πρώτης και τελευταίας θα είναι $30 - 2 \times 3 = 24$ μ.

Κατά μήκος οι λεύκες θα σχηματίσουν $42 : 6 = 7$ διαστήματα των 6 μέτρων και εκτός της πρώτης και της τελευταίας θα χρειαστούν 6 ακόμη λεύκες (• - - - • - - - • - - - • - - - • - - - • - - - •), ενώ

κατά πλάτος τα διαστήματα θα είναι $24 : 6 = 4$ και εκτός της πρώτης και της τελευταίας θα χρειαστούν 3 ακόμη λεύκες (• - - • - - • - - • - - •).

Άρα γύρω - γύρω, εκτός από τις λεύκες στις 4 γωνίες θα τοποθετηθούν ακόμη δύο τριάδες κατά πλάτος και δύο εξάδες κατά μήκος. Δηλαδή συνολικά: $4 + 2 \times 3 + 2 \times 6 = 4 + 6 + 12 = 22$ λεύκες.

Απάντηση: Για την ανάπλαση θα χρειαστούν 22 λεύκες.

Σημειώσεις:

1. Το πρόβλημα «Φωτογραφίες» μπορεί να λυθεί και ξεκινώντας με τρεις φωτογραφίες σε κάθε σελίδα. Τότε, αφού θα έχει χώρο για 10 ακόμη φωτογραφίες, το άλμπουμ θα έχει κάποιες σελίδες με τρεις φωτογραφίες, μια σελίδα με δύο και τρεις σελίδες κενές. Βγάζοντας μια φωτογραφία από τις σελίδες που έχουν τρεις και τοποθετώντας από δύο στις τρεις κενές σελίδες θα χρησιμοποιήσει 6 φωτογραφίες (που προέρχονται από 6 σελίδες των τριών φωτογραφιών) και θα περισσέψουν 16 φωτογραφίες (που προέρχονται από 16 σελίδες των τριών φωτογραφιών).

Έτσι οι σελίδες που αρχικά είχαν τρεις φωτογραφίες είναι $6 + 16 = 22$, και συνολικά το άλμπουμ έχει $22 + 1 + 3 = 26$ σελίδες.

Και οι φωτογραφίες είναι $3 \times 22 + 2 = 68$.

2. Στο πρόβλημα «η πλατεία», μετά τον υπολογισμό των διαστάσεων του ορθογωνίου που θα σχηματίζουν οι λεύκες (μήκος = 42, πλάτος = 24) μπορούμε να συνεχίσουμε:

Η περίμετρος αυτού του ορθογωνίου είναι: $2 \times (42 + 24) = 132$ μέτρα, άρα οι λεύκες θα σχηματίσουν $132 : 6 = 22$ διαστήματα των 6 μέτρων. Και επειδή στην αρχή και στο τέλος θα έχουμε την ίδια λεύκα, θα χρειαστούν 22 λεύκες.

3. Στο πρόβλημα «η πλατεία», ο υπολογισμός των διαστάσεων της πλατείας μπορεί να γίνει και με τη χρήση πίνακα:

πλάτος	3	6	...	15	...	30
μήκος	5	10	...	25	...	50
εμβαδόν	15	60	...	375	...	1.500

ή

χρησιμοποιώντας μεταβλητή:

Λόγω της αναλογίας που δίνεται οι διαστάσεις είναι
πλάτος = $3 \cdot \alpha$ μέτρα, μήκος = $5 \cdot \alpha$ μέτρα.

Αφού το εμβαδόν είναι 1.500 τ.μ., πρέπει

$$(3 \cdot \alpha) \cdot (5 \cdot \alpha) = 1.500 \text{ δηλαδή}$$

$$15 \cdot (\alpha \cdot \alpha) = 1.500 \quad \text{ή}$$

$$\alpha \cdot \alpha = 1.500 : 15 = 100$$

Άρα $\alpha = 10$ και πλάτος = 30 μ., μήκος = 50 μ.