

Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: ΣΤ΄

Νοεροί υπολογισμοί

A) Συγκρίνω τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{8}$. Ποιο είναι μεγαλύτερο; Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Σημείο αναφοράς το $\frac{1}{2}$. Το $\frac{5}{8}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{2}$. Το $\frac{3}{7}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{2}$. Άρα το $\frac{5}{8}$ είναι μεγαλύτερο.
- 2) Μετατροπή σε κοινό παρονομαστή. $\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{8} = \frac{24}{56}$ και $\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{7}{7} = \frac{35}{56}$ το $\frac{35}{56} > \frac{24}{56}$ άρα $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$ ή άλλος τρόπος μετατροπής σε ομώνυμα.
- 3) Σκέψη υπολοίπου. Το $\frac{3}{7}$ χρειάζεται ακόμη $\frac{4}{7}$ για να γίνει μονάδα ($\frac{7}{7}$), το $\frac{5}{8}$ χρειάζεται $\frac{3}{8}$ για να γίνει μονάδα ($\frac{8}{8}$). Επειδή το $\frac{4}{7} > \frac{3}{8}$ τότε $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$.
- 4) Μετατροπή σε δεκαδικό. Το $\frac{3}{7} = 0,4$, το $\frac{5}{8} = 0,6$ άρα $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$.

B) Βρίσκω το 90% του 40.

Χρησιμοποιώ δύο τρόπους για να απαντήσω. Κάθε φορά γράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Απαντήσεις

- 1) Βγάζω το 10% από το 100%. Το 10% του 40 είναι 4. Το 90% είναι $100\% - 10\%$, άρα το 90% του 40 είναι $40 - 4 = 36$.
- 2) Στα 100 είναι 90, στα 400 είναι 360, άρα στα 40 είναι 36.
- 3) Στα 100 είναι 90, στα 10 είναι 9, άρα στα 40 είναι 36.
- 4) Με τον κανόνα. $\frac{90}{100} \times 40 = \frac{3600}{100} = 36$ ή άλλες παραλλαγές υπολογισμού.

Η απόσταση των σπιτιών

Η Έλενα και η Νίκη πηγαίνουν στο ίδιο σχολείο. Η Έλενα ζει σε απόσταση 17 χιλιομέτρων από το σχολείο και η Νίκη σε απόσταση 8 χιλιομέτρων από το σχολείο. Πόσα χιλιόμετρα μακριά ζει η μία από την άλλη;

Απάντηση

Όταν τα δύο σπίτια είναι ακριβώς στην ίδια κατεύθυνση. Η μικρότερη δυνατή απόσταση. Είναι: $17-8=9$ χιλιόμετρα.

Όταν τα δύο σπίτια είναι στην ίδια κατεύθυνση αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η μεγαλύτερη δυνατή απόσταση. Είναι: $17+8=25$ χιλιόμετρα.

Αλλά τα σπίτια μπορεί να μην είναι στην ίδια διεύθυνση. Επομένως η απόστασή τους δεν είναι συγκεκριμένη. Οι δύο κοπέλες ζουν από 9 ως 25 χιλιόμετρα μακριά η μια απ' την άλλη.

Γατάκια

Μία γάτα έχει 6 γατάκια: ένα μαύρο, ένα άσπρο, ένα μπεζ, ένα άσπρο - μαύρο, ένα άσπρο-μπεζ και ένα μαύρο-μπεζ. Η Μαρία διάλεξε τρία έτσι ώστε δύο τυχαία να έχουν τουλάχιστον ένα κοινό χρώμα. Πόσες διαφορετικές επιλογές μπορεί να έχει;

Απάντηση

Λύση

1ος τρόπος

Τα γατάκια είναι: Μ, Α, Μπ, Α-Μ, Α-Μπ και Μ-Μπ.

Αν ανάμεσα στα τρία γατάκια υπάρχουν δύο μονόχρωμα τότε αυτά δεν έχουν κοινό χρώμα.

Επομένως το πολύ ένα μονόχρωμο μπορεί να διάλεξε η Μαρία.

Αν διάλεξε ένα μονόχρωμο η επιλογή συμπληρώθηκε υποχρεωτικά από τα δύο δίχρωμα που έχουν και το χρώμα του μονόχρωμου (αλλιώς το ένα απ' τα δίχρωμα δεν θα έχει κοινό χρώμα με το μονόχρωμο). 1^η τριάδα: Μ, Α-Μ, Μ-Μπ. 2^η τριάδα: Α, Α-Μ, Α-Μπ. 3^η τριάδα: Μπ, Α-Μπ, Μ-Μπ

Φυσικά μπορεί να διάλεξε τα τρία δίχρωμα, αφού τότε κάθε ζευγάρι θα έχει ένα κοινό χρώμα. 4^η τριάδα: Α-Μ, Α-Μπ, Μ-Μπ

Άρα οι επιλογές είναι 4: από μία για κάθε μονόχρωμο και μία μόνο τα δίχρωμα.

2ος τρόπος

Τα γατάκια είναι: Μ, Α, Μπ, Α-Μ, Α-Μπ και Μ-Μπ. Καταγράφω προσεκτικά όλες τις δυνατές τριάδες και ελέγχω αν περιέχουν ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα:

τριάδες	ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα	
Μ,Α,Μπ	Μ,Α	×
Μ,Α,Α-Μ	Μ,Α	×
Μ,Α,Α-Μπ	Μ,Α	×
Μ,Α,Μ-Μπ	Μ,Α	×
Μ,Μπ,Α-Μ	Μ,Μπ	×
Μ,Μπ,Α-Μπ	Μ,Μπ	×
Μ,Μπ,Μ-Μπ	Μ,Μπ	×
Α,Μπ,Α-Μ	Α,Μπ	×
Α,Μπ,Α-Μπ	Α,Μπ	×
Α,Μπ,Μ-Μπ	Α,Μπ	×

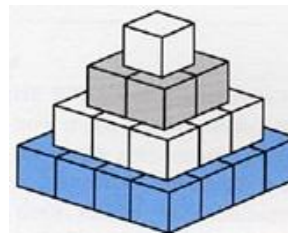
τριάδες	ζευγάρι χωρίς κοινό χρώμα	
Μ,Α-Μ,Α-Μπ	Μ,Α-Μπ	×
Μ,Α-Μ,Μ-Μπ	---	✓
Μ,Α-Μπ,Μ-Μπ	Μ,Α-Μπ	×
Α,Α-Μ,Α-Μπ	---	✓
Α,Α-Μ,Μ-Μπ	Α,Μ-Μπ	×
Α,Α-Μπ,Μ-Μπ	Α,Μ-Μπ	×
Μπ,Α-Μ,Α-Μπ	Μπ,Α-Μ	×
Μπ,Α-Μ,Μ-Μπ	Μπ,Α-Μ	×
Μπ,Α-Μπ,Μ-Μπ	---	✓
Α-Μ, Α-Μπ,Μ-Μπ	---	✓

Απάντηση: Υπάρχουν 4 διαφορετικές επιλογές.

Πυραμίδα

Ο αριθμός των κύβων που μπαίνουν σε κάθε επίπεδο της διπλανής πυραμίδας εξαρτάται από ένα κανόνα.

Στον πίνακα φαίνεται ο αριθμός των κύβων στα 3 πρώτα επίπεδα.



ΕΠΙΠΕΔΟ	ΚΥΒΟΙ
1ο	1
2ο	4
3ο	9
4ο	:

Α) Να βρεις πόσοι κύβοι είναι στο 4^ο επίπεδο της πυραμίδας. Να γράψεις όλο το σκεπτικό σου.

Απάντηση: Στο 4ο επίπεδο οι κύβοι είναι 4 σειρές από 4 κύβους η κάθε μία. Άρα είναι $4 \times 4 = 16$ κύβοι.

Β) Πόσοι θα είναι οι κύβοι στο 10ο επίπεδο της προηγούμενης πυραμίδας; Πως το ξέρεις; Να γράψεις όλο το σκεπτικό σου. Γράψε τον κανόνα με τον οποίο μπορείς να βρίσκεις τους κύβους για οποιοδήποτε επίπεδο.

Απάντηση: Οι κύβοι κάθε επιπέδου μέχρι το τέταρτο είναι τοποθετημένοι σε σειρές ίσες με τον αριθμό του επιπέδου και κάθε σειρά έχει τόσους κύβους όσες είναι όλες οι σειρές. Το μοτίβο αυτό πρέπει να συνεχίζεται και για τα υπόλοιπα επίπεδα.

Επομένως το δέκατο επίπεδο θα έχει 10 σειρές των 10 κύβων δηλαδή συνολικά $10 \times 10 = 100$ κύβους.

Κανόνας

Σε κάθε επίπεδο οι κύβοι είναι ίσοι με το γινόμενο του αριθμού του επιπέδου με τον εαυτό του.

Γ) Ο κανόνας που βρήκες ισχύει πάντα; Είσαι βέβαιος ότι θα ισχύει όσο μεγάλη και να γίνει η πυραμίδα;

Είμαι βέβαιος



Δεν είμαι βέβαιος

