

## Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής

Τάξη: Ε΄

### Η ομάδα χορού

1. Σε μια ομάδα παραδοσιακών χορών συμμετέχουν 39 αγόρια και 23 κορίτσια. Κάθε εβδομάδα προστίθενται στην ομάδα 6 νέα αγόρια και 8 νέα κορίτσια. Μετά από ορισμένες εβδομάδες στην ομάδα θα υπάρχουν τόσα κορίτσια όσα και τα αγόρια. Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα έχει τότε η ομάδα;



#### Απάντηση:

Είναι ένα πρόβλημα πρακτικής αριθμητικής, αρκετά απαιτητικό για μαθητές αυτής της ηλικίας.

Υπάρχουν δύο πιθανές λύσεις πρακτικής αριθμητικής, μια με διαδοχικές προσθέσεις μέχρι να φτάσουμε στους ίσους αριθμούς και μια με υπολογισμό των εβδομάδων μέσα από τις διαφορές του αριθμού των αγοριών και των κοριτσιών. Επισημαίνουμε ότι η λύση με εξισώσεις είναι αλγεβρική λύση και δεν συμπεριλαμβάνεται στις γνώσεις του δημοτικού σχολείου, αλλά του γυμνασίου.

Η λύση με τις διαδοχικές προσθέσεις μέχρι να γίνει ο αριθμός των αγοριών και των κοριτσιών ίσος είναι μια λύση, αλλά όχι και η πιο έξυπνη.

Η λύση με τη διαίρεση του αριθμού της διαφοράς των αγοριών και κοριτσιών  $39-23=16$ , με τον αριθμό της διαφοράς των αγοριών από τα κορίτσια  $8-6=2$ , για να βρεθεί ο αριθμός των εβδομάδων είναι αρκετά απαιτητική. Η απάντηση με αυτήν την λύση στο πρόβλημα δείχνει υψηλή ικανότητα χειρισμού δεδομένων σε ένα πρόβλημα.

Τα πόδια



2. Μία μύγα έχει 6 πόδια. Μία αράχνη έχει 8 πόδια. Μαζί 2 μύγες και 3 αράχνες έχουν τόσα πόδια όσα 10 πουλιά και κάποιες γάτες. Πόσες είναι οι γάτες;

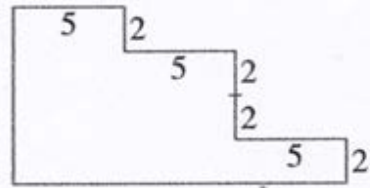
**Απάντηση:**

Είναι ένα πρόβλημα μεσαίας δυσκολίας που δείχνει καλό έλεγχο χειρισμού των δεδομένων ενός προβλήματος. Το δύσκολο σημείο ίσως του προβλήματος είναι να θεωρήσει κάποιος ίσα τα πόδια από τις δύο μύγες και τις 3 αράχνες και μέσα από αυτήν την εξίσωση να βρει πόσα πόδια έχουν οι γάτες.

Έχει αρκετές πράξεις τις οποίες αν εκτελέσει σωστά ο μαθητής δείχνει ότι ξέρει να εφαρμόζει πράξεις της πρακτικής αριθμητικής σε φαινόμενα της καθημερινότητας.

**Η περίμετρος του οικοπέδου**

3. Ποια είναι η περίμετρος του διπλανού σχήματος, στο οποίο οι γωνίες είναι όλες ορθές;



**Απάντηση:**

Είναι ένα πρόβλημα γεωμετρίας που έχει ως στόχο να εξετάσει την ικανότητα ανάγνωσης ενός σχήματος και επισήμανσης των κρίσιμων στοιχείων του για τη λύση του προβλήματος.

Αρχικά ο λύτης πρέπει να γνωρίζει τι είναι η περίμετρος ενός σχήματος και πως την υπολογίζουμε. Πολλοί μαθητές συγχέουν την έννοια της περιμέτρου με αυτήν του εμβαδού.

Στη συνέχεια, το σημείο κλειδί της λύσης του προβλήματος είναι να διαπιστώσει επάνω στο σχήμα ότι η κάθετη πλευρά του σχήματος είναι ίση με τα κάθετα κομμάτια της σκάλας και η οριζόντια πλευρά είναι ίση με τα οριζόντια κομμάτια της σκάλας.

Είναι ένα πρόβλημα, λοιπόν, όπως ήδη είπαμε, βασισμένο στην αναγνωσιμότητα του γεωμετρικού σχήματος.

Δυστυχώς, σήμερα στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση η γεωμετρία περιλαμβάνει μικρό μέρος των περιεχομένων των μαθηματικών. Αν, επιπλέον, η διδασκαλία της γεωμετρίας δεν συνδυάζεται με εξάσκηση των μαθητών στην πράξη της κατασκευής και ανάγνωσης του σχήματος, τότε οι μαθητές στερούνται από βασικά εφόδια.

Στην περίπτωση του προβλήματος αυτού, εμάς τους ενήλικες μπορεί να μας εκπλήσσει το γεγονός ότι οι μαθητές δεν μπορούν να διαβάσουν τα κρίσιμα χαρακτηριστικά του σχήματος για τη λύση. Θα πρέπει, όμως, να ξέρουμε ότι αυτό δεν έρχεται μόνο του, αλλά χρειάζεται εξάσκηση και εμπλοκή με αντίστοιχα προβλήματα.



### Η πίτσα

4. Η Μαρία έχει μια πίτσα αγνώστου μεγέθους, από την οποία τρώει τα  $4/6$ .

Ο Ανδρέας έχει μια πίτσα αγνώστου μεγέθους, από την οποία τρώει τα  $5/6$ .

Η Μαρία τρώει περισσότερη πίτσα από τον Ανδρέα. Μπορείτε να εξηγήσετε πώς είναι δυνατόν να συμβαίνει αυτό;

#### Απάντηση:

Σε αυτό το πρόβλημα τίθεται σε κρίση μια πολύ βασική παραδοχή στα κλάσματα την οποία πολλές φορές δεν παίρνουμε υπόψη μας.

**Για να συγκρίνουμε δύο κλάσματα μεταξύ τους, πρέπει να προέρχονται από το ίδιο όλο.**

Έτσι, στο πρόβλημα αυτό τα κομμάτια της πίτσας που καλούμαστε να συγκρίνουμε,  $4/6$  και  $5/6$ , δεν προέρχονται από το ίδιο όλο γιατί κάθε πίτσα όπως λέει το πρόβλημα είναι αγνώστου μεγέθους.

Επομένως ένα κομμάτι μικρότερου κλάσματος ( $4/6$ ) που προέρχεται όμως από μεγαλύτερη πίτσα μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα κομμάτι μεγαλύτερου κλάσματος ( $5/6$ ) που προέρχεται από μικρότερη πίτσα.

Εδώ πρόκειται για κατανόηση μιας κατάστασης με χαρακτηριστικά λόγου και αναλογίας. Συγκρίνεται μικρό κομμάτι από μεγάλη πίτσα με μεγάλο κομμάτι από μικρή πίτσα.

Θεωρούμε ότι η σωστή απάντηση σε αυτό το πρόβλημα δεν είναι εύκολη δεδομένου ότι η σημερινή διδασκαλία στα κλάσματα δεν βασίζεται πολύ στην κατανόηση αλλά περισσότερο στην εφαρμογή κανόνων.

Οι μαθητές που απαντούν σωστά δείχνουν βαθιά κατανόηση στην έννοια του κλάσματος.



### Η χωριάτικη πίτα

5. Στο μαγαζί «Η χωριάτικη πίτα», ένα τετράγωνο ταψί πίτα κοστίζει 12 €. Από ένα ταψί, στο οποίο έμειναν τα  $\frac{3}{4}$  της πίτας, η Δανάη αγόρασε τα  $\frac{2}{3}$  της πίτας. Ποιο κλάσμα της αρχικής πίτας αγόρασε η Δανάη; Πόσα χρήματα πλήρωσε; Σχεδιάζω ένα σχήμα για να δείξω τη λύση.

#### Απάντηση:

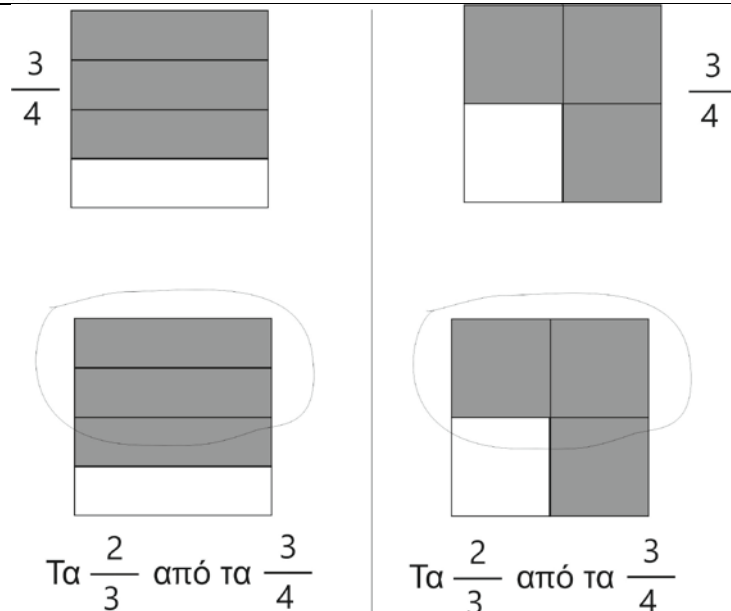
Το πρόβλημα αυτό είναι ένα πρόβλημα πολλαπλασιασμού κλασμάτων που θέτει σε κρίση την κατανόηση του πολλαπλασιασμού κλάσματος με κλάσμα ( $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ ).

Κατανόω τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων δε σημαίνει μόνο ότι μπορώ να εκτελώ την πράξη του πολλαπλασιασμού κλασμάτων, αλλά μπορώ να αναγνωρίζω πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας και λεκτικά προβλήματα που περιέχουν την πράξη αυτή.

Ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων εφαρμόζεται και σε καταστάσεις στις οποίες ζητείται ένα μέρος από κάποιο μέρος. Όπως στο συγκεκριμένο πρόβλημα, η Δανάη αγόρασε τα  $\frac{2}{3}$  από τα  $\frac{3}{4}$  της πίτας που είχαν μείνει, ένα μέρος του μέρους. Άρα αγόρασε τα  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$  της αρχικής πίτας.

Εδώ ένα συχνό λάθος είναι να κάνει κάποιος αφαίρεση ( $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ ), αλλά το αποτέλεσμα αυτό δε δείχνει το κλάσμα της αρχικής πίτας που αγόρασε η Δανάη, αλλά δείχνει το κλάσμα της πίτας που έμεινε μετά την αγορά από τη Δανάη.

Η χάραξη των σχημάτων που δείχνουν τα κλάσματα διαφωτίζει τον λύτη και δίνει σημασία στο πρόβλημα. Γιαυτό ζητήσαμε από το λύτη να σχεδιάσει. Δύο πιθανά σχέδια που διαφωτίζουν τον λύτη είναι τα παρακάτω.



Στην εικόνα φαίνεται ότι τα  $\frac{2}{3}$  από τα  $\frac{3}{4}$  είναι τα  $\frac{2}{4}$  ή  $\frac{1}{2}$ . Αλλά το πιο βασικό είναι η πράξη που συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη που είναι ο πολλαπλασιασμός  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

Τα διδακτικά μηνύματα που στέλνουμε λοιπόν σε μαθητές και δασκάλους μέσω αυτού του προβλήματος είναι τα εξής:

- Οι πράξεις στα κλάσματα και στην περίπτωση μας ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων, δεν είναι μόνο η εκτέλεσή τους αλλά κυρίως η σημασία τους σε καθημερινές καταστάσεις και προβλήματα.  
Η σημασία του πολλαπλασιασμού γνησίων κλασμάτων είναι **μέρος του μέρους**.

Στα Μαθηματικά διδάσκουμε τη σημασία και όχι μόνο τεχνικές και κανόνες λύσης

- Η χάραξη διαγραμμάτων είναι διαφωτιστική και απαραίτητη για τη διδασκαλία των κλασμάτων.