

Ενότητα : **ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ**

Περιεχόμενα ενότητας	Διδακτικοί στόχοι	Διδακτικές οδηγίες - επισημάνσεις
Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας	Πρέπει οι μαθητές να γνωρίζουν: • πως ορίζονται οι εφ, ημ, συν, μιάς οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου. • πως μεταβάλλεται η (εφ) μιας γωνίας, όταν μεταβάλλεται η γωνία. • Να μπορούν να υπολογίζουν την εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου, όταν είναι γνωστές οι πλευρές του. • Να υπολογίζουν αποστάσεις με τη βοήθεια της εφαπτομένης. • Να υπολογίζουν το ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν είναι γνωστές οι πλευρές του. • Να υπολογίζουν αποστάσεις με τη βοήθεια ημ. και συν. • Να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν τους τριγωνομετρικούς πίνακες στους υπολογισμούς τους.	Η εισαγωγή της έννοιας της εφαπτομένης γίνεται με εμπειρικά παραδείγματα, ώστε οι μαθητές να καταλάβουν με μετρήσεις ότι σε μία ορισμένη οξεία γωνία φ ορθογωνίου τριγώνου, οι αντίστοιχοι λόγοι των πλευρών, εξαρτώνται μόνο από το μέτρο της γωνίας. Ανάλογα εργάζονται και για το ημίτονο και το συνημίτονο. Με τη βοήθεια της Γεωμετρίας (και εφόσον υπάρχει το αντίστοιχο θεωρητικό υπόβαθρο), υπολογίζονται οι τριγ. αριθμοί των 45°, 30° και 60°. Παρουσίαση και χρήση του Πίνακα των Τριγωνομετρικών αριθμών ή η εύρεσή τους με το κομπιουτεράκι. Να χρησιμοποιούν το κομπιουτεράκι όπου είναι σκόπιμο.
Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας (εφόσον το επιτρέπει το επίπεδο της τάξης).	Να γνωρίζουν τις βασικές σχέσεις: $\eta\mu\ \varphi$ $\varepsilon\varphi\ \varphi = \text{-----} \text{ και}$ $\sigma\upsilon\nu\ \varphi$ $\eta\mu^2\ \varphi + \sigma\upsilon\nu^2\ \varphi = 1$	Μία ευκαιρία για αναφορά στους Άρρητους αριθμούς εφόσον ο/η διδάσκων/ουσα το επιθυμεί!

--	--	--

Συνολική διάρκεια ενότητας : 5 έως 6 διδακτικές ώρες.

Μάθημα 1^ο

Σκοποί : Να προβληματισθούν οι μαθητές σε **διαφορετικά μοντέλα** επίλυσης προβλημάτων, να αρχίσουν να σκέφτονται ότι είναι δυνατόν ο **τρόπος επίλυσης να μην είναι ένας και μόνο** χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η επίλυσή του είναι αποτέλεσμα σύμπτωσης ή τύχης και στη συνέχεια να μπορούν να διακρίνουν και ποια ή ποιες από αυτές είναι προσφορότερες και γιατί (π.χ περισσότερο αληθοφανής ή πιο σύντομη κ.λ.π) .

Σημαντικό είναι επίσης να διακρίνουν **τη συνέχεια** που υπάρχει ανάμεσα στις έννοιες που διδάσκονται, ώστε **να μη τις μαθαίνουν αποσπασματικά**. Σημαντικό είναι επίσης να διακρίνουν τη σημασία **του λογικού συσχετισμού των εννοιών** στην επίτευξη του στόχου μας.

Διάρκεια : δύο διδακτικές ώρες (2)

Περιγραφή της διδασκαλίας

1^η Φάση: Εισαγωγή

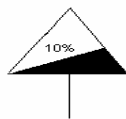
Σε μια πρώτη εισαγωγική φάση γίνεται αναφορά στην ενότητα της ομοιότητας και των αναλογιών, επαναφέροντας και υπενθυμίζοντας στους μαθητές τον υπολογισμό του ύψους πυραμίδας από τον Θαλή.

Επισημαίνεται η όχι και τόσο πιθανή παραδοχή που δεχθήκαμε, ότι ο Θαλής παρατήρησε το μήκος της σκιάς την ώρα ακριβώς που αυτό ήταν όσο και το μήκος της ράβδου, και τίθεται το ερώτημα υπολογισμού του ύψους ανεξάρτητα από αυτή τη πιθανότητα.

2^η Φάση: Εκτέλεση

Προβάλλεται με τη βοήθεια προτζέκτορα, η διαφάνεια με το φύλλο εργασίας 1, της ενότητας «Ομοιότητα». Αφού επισημανθεί ότι οι λόγοι είναι καθαροί αριθμοί (ανεξάρτητοι από τις μονάδες τους) και ότι επί πλέον σε όλα τα ορθογώνια τρίγωνα η γωνία της κορυφής Α είναι ίδια πάντα, δίνονται οι ορισμοί των: εφαπτομένη, ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας σε ορθογώνιο τρίγωνο.

Ακολουθεί η παρουσίαση της σήμανσης σε κάποιους δρόμους π.χ



με επεξήγηση και μεταφορά σε ορθογώνιο τρίγωνο, καθώς και σύνδεση του 10% με λόγο πλευρών, επομένως με τον τριγωνομετρικό αριθμό «εφαπτομένη».

Η όλη διαδικασία γίνεται κυρίως από τον διδάσκοντα, οι δε μαθητές συμμετέχουν απαντώντας σε κατάλληλα διατυπωμένες ερωτήσεις του.

3^η Φάση

Στο τέλος του μαθήματος δίνεται το παρακάτω φύλλο εργασίας για προβληματισμό, με το οποίο θα ασχοληθούν την επόμενη φορά.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1.

Ημερομηνία :

Ομάδα:

Εάν ο ήλιος στην έρημο κατά τη διάρκεια υπολογισμού του ύψους της πυραμίδας από τον Θαλή, ήταν ακριβώς στη μέση της διαδρομής μεταξύ του ορίζοντα και κατευθείαν από πάνω μας:

α) ποιο ήταν το ύψος της, αν το μήκος της σκιάς της ήταν 650 πόδια

β) Εάν ο ήλιος ήταν 30° πιο ψηλά από τον ορίζοντα, πόσο θα ήταν το μήκος της σκιάς της;

γ) Αν το ραβδί του Θαλή είχε ύψος 10 πόδια και σχημάτιζε σκιά 16 πόδια και μια άλλη πυραμίδα είχε ύψος 215 πόδια, ποιο θα ήταν το μήκος της σκιάς της;

Μάθημα 2^ο

Το μάθημα ξεκινά με το προηγούμενο φύλλο εργασίας όπου εργάζονται **ομαδικά**, στη συνέχεια όμως και **ατομικά** εφόσον κάποιοι μαθητές είναι σε θέση να προχωρήσουν στην επίλυση σταδιακά όλων των ερωτήσεων.

Ακολουθεί συζήτηση και ανταλλαγή απόψεων και προβληματισμών μεταξύ των ομάδων με τελικό στόχο την επικράτηση και κατανόηση από όλους της σωστής λύσης.

Στη φάση αυτή και εφόσον οι μαθητές έχουν εξοικειωθεί με γεωμετρικές έννοιες (π.χ πυθαγόρειο θεώρημα) και με το χειρισμό των ιδιοτήτων των αναλογιών αλγεβρικά, είναι σκόπιμο να **αποδειχθούν** οι δύο σχέσεις που αναφέρονται στο αναλυτικό πρόγραμμα της ενότητας και αφορούν τις σχέσεις εφ, ημ., και συν. γωνίας.

Διάρκεια : δύο διδακτικές ώρες (2)

Μάθημα 3^ο

Στο μάθημα αυτό καλούνται οι μαθητές να ασχοληθούν με την **επίλυση πρακτικών προβλημάτων** ώστε να κατανοήσουν τη χρησιμότητα των τριγωνομετρικών αριθμών στην επίλυση προβλήματος όταν τα γεωμετρικά δεδομένα δεν επαρκούν και κυρίως όταν στα μέσα που διαθέτουμε υπεισέρχονται γωνίες που υπάρχει η δυνατότητα μέτρησής των.

Διάρκεια : δύο διδακτικές ώρες (2)

Γίνεται αναφορά σε **όργανα μέτρησης γωνιών**: μοιρογνωμόνιο, εξάντας, γωνιόμετρο, με εφαρμογή και χρήση του μοιρογνωμόνιου στη πράξη.

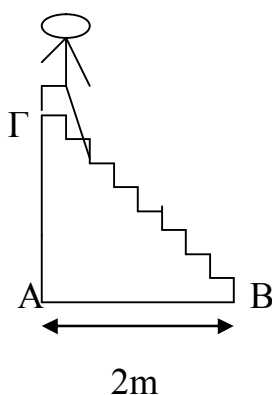
Δίνεται το δεύτερο φύλλο εργασίας που ακολουθεί.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2.

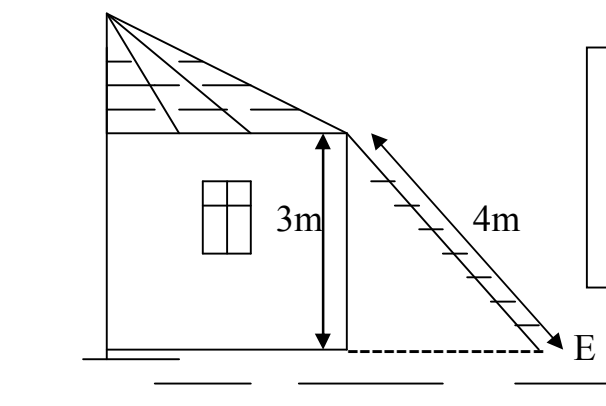
Ημερομηνία :

Ομάδα:

1. Αν στο σχήμα η εφαπτομένη της γωνίας B είναι $\epsilon\phi B = 2,5$ ποιο είναι το ύψος ΑΓ στο οποίο ανέβηκε ο τεχνίτης με τη σκάλα;

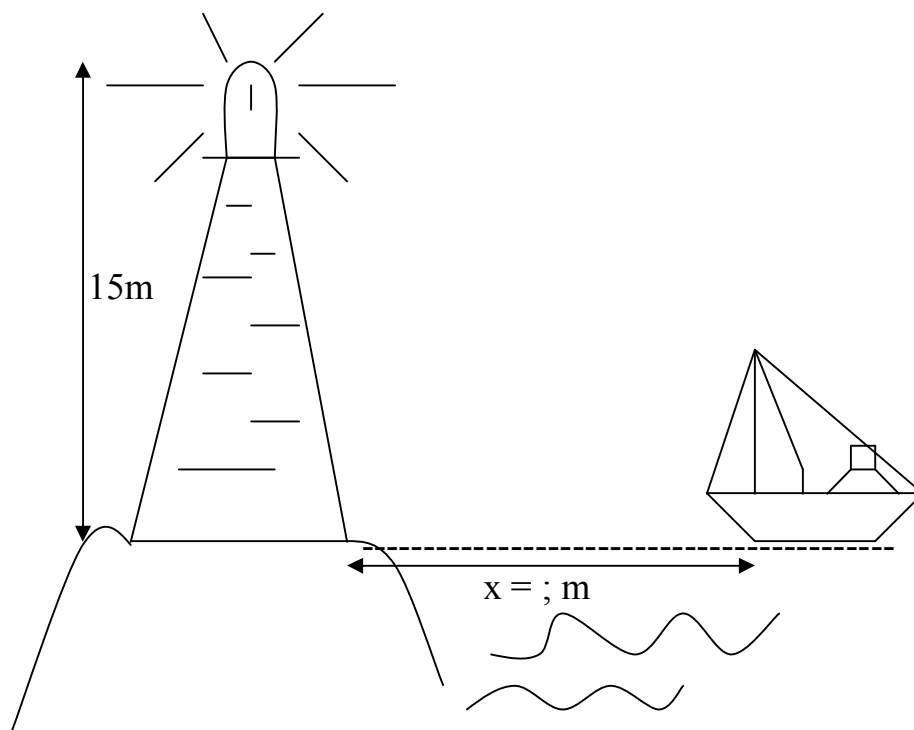


2. Εμπειρικά για να στηρίξουμε μία σκάλα με ασφάλεια σε τοίχο, πρέπει αυτή να σχηματίζει με το έδαφος γωνία μεγαλύτερη από 40° .



Αν ο άνθρωπος του σχήματος στηρίξε τη σκάλα όπως βλέπουμε, είναι ασφαλής η στήριξη ή όχι και γιατί ;

3. Στο σχήμα που ακολουθεί βλέπουμε ένα φάρο που ο φανός του απέχει από την επιφάνεια της θάλασσας 15m. Μέσα από το πλοίο κάποιος βλέπει το φως του φάρου 'υπό γωνία' 30° σε σχέση με την επιφάνεια της θάλασσας.
Ποια είναι η απόσταση του πλοίου από την ακτή;



4. Οι επιστήμονες εκτιμούν το βάθος των κρατήρων στη Σελήνη μελετώντας στις φωτογραφίες που στέλνουν οι δορυφόροι, τα μήκη των σκιών τους στους πυθμένες των κρατήρων.
α) Με ποιο τρόπο φαντάζεστε ότι το επιτυγχάνουν;
β) Αν η γωνία ύψους του ήλιου είναι 52° και το μήκος της σκιάς στον πυθμένα είναι 460m, ποιο είναι το βάθος του κρατήρα;

Σχόλια και επισημάνσεις του συγγραφέα των δραστηριοτήτων

Η παρουσίαση των ενοτήτων που προηγήθηκαν, κρίνω σκόπιμο να τονίσω ότι είναι αποτέλεσμα τριών χρόνων πειραματισμού και εφαρμογής πολλών και αρκετά διαφοροποιημένων μεταξύ τους μεθόδων διδασκαλίας. Τα μέσα (παραδείγματα, φύλλα εργασιών κ.λπ) που χρησιμοποίησα κατά τη διάρκεια αυτών των ετών, ήσαν όπως μπορεί να αντιληφθεί ο κάθε σχετικός, και ποικίλα και βέβαια

πολύ περισσότερα σε πλήθος. Εδώ, παρουσιάζω συστηματοποιημένα και οργανωμένα για τους σκοπούς των συγκεκριμένων ενοτήτων, ΜΟΝΟ αυτά που, η εφαρμογή τους και η στη συνέχεια αξιολόγηση του βαθμού κατανόησής των από τους ίδιους τους εκπαιδευόμενους, έδειξε ότι ανταποκρίθηκαν σε μεγάλο και ικανοποιητικό βαθμό, στους στόχους και στις προσδοκίες μου.

Ο χρόνος για στοχασμό, σχεδίαση, επαναστοχασμό και επανασχεδίαση, ήταν και πολύς και βέβαια εκτός ωραρίου μας και είναι επίσης βέβαιο (τουλάχιστον για μένα!) ότι, υπάρχουν και άλλες μεθοδολογίες και τρόποι και πολύ πιο ευφάνταστοι και πολύ αποτελεσματικότεροι και άξιοι πειραματισμού.

Θέλω όμως να τονίσω ότι, για αυτούς ακριβώς τους λόγους, οι παρουσιάσεις αυτές αποτελούν πνευματική μου ιδιοκτησία με ότι αυτό συνεπάγεται!

Τελειώνω προτείνοντας μία **ενδεικτική βιβλιογραφία** (χρήσιμη παρ'όλα αυτά στο μεγαλύτερο μέρος της, για αναζήτηση υποστηρικτικού υλικού).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- «Για μια κριτική εκπαιδευτική θεωρία», WILFRED CARR-STEPHEN KEMMIS εκδόσεις κώδικας, Αθήνα 2000, κεφ 6, σελ215-247
- «ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ», Louis Cohen- Lawrence Manion, ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ, κεφ 9 σελ 258-282
- «ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ» Ε.Γ ΚΟΛΕΖΑ-Κ.Ν ΜΑΚΡΗΣ-Κ.Β ΣΟΥΡΛΑΣ, εκδ. GUTENBERG
- «ΠΩΣ ΝΑ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΟΥΜΕ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ», ΜΠΑΜΠΗΣ ΤΟΥΜΑΣΗΣ, εκδ. Κωστόγιαννος.
- «ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & την ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ», Α.Ε.ΜΠΑΡΜΠΑΣ εκδ.ΟΛΥΜΠΟΣ-ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ.

- «ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ»,
Γ΄Τάξη Ενιαίου Λυκείου, Ο.Ε.Δ.Β
- «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ»,
ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΤΣΙΜΠΟΥΡΑΚΗΣ εκδ. ΑΙΟΛΟΣ, Αθήνα 2002
- «Θέματα από την ιστορία των Μαθηματικών», ΓΙΑΝΝΗΣ
ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΔΗΣ, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΗΤΗΣ.

Νίκος Γ. Τόμπρος
Μαθηματικός Σ.Δ.Ε Περιστερίου