

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΕΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΜΕ  
ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΔΙΓΛΩΣΣΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗ, ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ**

*Ροδίτσα Φραγγίδου*

**Επιβλέπων καθηγητής: Χαράλαμπος Λεμονίδης**

Φλώρινα, Μάιος 2011

*Ευχαριστώ θερμά τον καθηγητή μου,  
Χαράλαμπο Λεμονίδη για την  
πολύτιμη καθοδήγησή του*

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|                                                                                                |          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Πρόλογος.....                                                                                  | 6        |
| <b>A. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....</b>                                                                 | <b>9</b> |
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                                                               | 9        |
| 2. ΔΙΓΛΩΣΣΙΑ.....                                                                              | 10       |
| 2.1 Προσδιορισμός του όρου.....                                                                | 10       |
| 2.2 Χαρακτηριστικά του πληθυσμού της Θράκης.....                                               | 12       |
| 2.3 Διγλωσσία και εκπαίδευση.....                                                              | 13       |
| 2.3.1 Επιπτώσεις της διγλωσσίας στη σχολική πορεία των μαθητών.....                            | 13       |
| 2.3.2 Μειονοτική εκπαίδευση.....                                                               | 15       |
| 2.3.3 Προγράμματα εκπαίδευσης για παλιννοστούντες και μετανάστες.....                          | 16       |
| 2.3.4 Διγλωσσία και μαθηματική εκπαίδευση.....                                                 | 19       |
| 2.4 Συναισθηματικά προβλήματα.....                                                             | 20       |
| 3. ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ.....                                                                   | 21       |
| 3.1 Ορισμός.....                                                                               | 21       |
| 3.2 Χαρακτηριστικά παιδιών με ΕΜΔ.....                                                         | 22       |
| 3.2.1 Αντιληπτικές δυσκολίες.....                                                              | 23       |
| 3.2.1.1 Δυσκολίες αντίληψης μορφής – πλαισίου.....                                             | 23       |
| 3.2.1.2 Δυσκολίες διάκρισης αντιληπτικών μορφών.....                                           | 23       |
| 3.2.1.3 Δυσκολίες χωρο- χρονικής οργάνωσης.....                                                | 24       |
| 3.2.2 Αδυναμίες λεπτής κινητικότητας, οπτικής αντίληψης και οπτικο- κινητικού συντονισμού..... | 25       |
| 3.2.3 Δυσκολίες τήρησης ακολουθιών και ολοκλήρωσης.....                                        | 25       |
| 3.2.4 Δυσκολίες προσληπτικού και εκφραστικού λόγου.....                                        | 26       |
| 3.2.5 Αδυναμίες αφηρημένης σκέψης.....                                                         | 26       |
| 3.2.6 Διαταραχές γνωστικού ύφους.....                                                          | 27       |
| 3.2.7 Ανεπαρκείς γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές.....                                  | 27       |
| 3.2.8 Μνημονικά προβλήματα.....                                                                | 28       |
| 3.2.8.1 Βραχύχρονη και εργαζόμενη μνήμη.....                                                   | 28       |
| 3.2.8.2 Μακρόχρονη μνήμη.....                                                                  | 28       |
| 3.2.8.3 Προβλήματα μνήμης ακολουθιών.....                                                      | 29       |
| 3.2.9 ΕΜΔ και Μαθηματικά.....                                                                  | 29       |
| 3.3 Δυσλεξία.....                                                                              | 32       |

|                                                                                               |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.3.1 Ορισμοί.....                                                                            | 32        |
| 3.3.2 Γενικά χαρακτηριστικά.....                                                              | 32        |
| 3.3.3 Δυσλεξία και μαθηματικά.....                                                            | 33        |
| 3.4 Δυσαριθμησία.....                                                                         | 34        |
| 3.4.1 Ορισμοί.....                                                                            | 34        |
| 3.4.2 Χαρακτηριστικά μαθητών με δυσαριθμησία.....                                             | 35        |
| 3.5 Συναισθηματικά προβλήματα.....                                                            | 37        |
| 3.6 Εκπαιδευτικές δομές για μαθητές με ΜΔ.....                                                | 37        |
| 4. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΚΑΙ ΑΤΥΠΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ....                                     | 39        |
| 4.1 Η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στο σχολείο.....                                         | 39        |
| 4.2 Άτυπες στρατηγικές υπολογισμών στον πολλαπλασιασμό.....                                   | 41        |
| 4.2.1 Άτυπες στρατηγικές υπολογισμού των γινομένων της προπαίδειας.....                       | 42        |
| 4.2.2 Στρατηγικές υπολογισμού των γινομένων πολυψήφιων αριθμών .....                          | 44        |
| 4.2.3 Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί.....                                                          | 45        |
| 4.2.4 Άτυπες στρατηγικές και Μαθησιακές Δυσκολίες.....                                        | 46        |
| <b>Β. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....</b>                                                               | <b>48</b> |
| 1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....                                                               | 48        |
| 1.1 Στόχοι και υποθέσεις της έρευνας.....                                                     | 48        |
| 1.2 Το δείγμα.....                                                                            | 50        |
| 1.2.1 Διγλωσσοι μαθητές.....                                                                  | 50        |
| 1.2.2 Μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες.....                                                    | 52        |
| 1.3 Διαδικασία.....                                                                           | 55        |
| 1.4 Ανάλυση των ερωτήσεων του ερωτηματολογίου.....                                            | 56        |
| 1.4.1 Ανάλυση των ερωτήσεων – Περιγραφή των στρατηγικών στους Νοερούς Υπολογισμούς.....       | 56        |
| 1.4.2 Ανάλυση των ερωτήσεων – Περιγραφή των στρατηγικών στους Κατ' εκτίμηση Υπολογισμούς..... | 57        |
| 1.4.3 Ανάλυση των ερωτήσεων – Γραπτός Αλγόριθμος Πολ/μού....                                  | 58        |
| 2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....                                                              | 59        |
| 2.1 Συνολική εικόνα δείγματος.....                                                            | 59        |
| 2.1.1 Επιδόσεις.....                                                                          | 59        |
| 2.1.2 Εύκολες και δύσκολες ερωτήσεις.....                                                     | 62        |
| 2.1.3 Τα λάθη των μαθητών.....                                                                | 64        |

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1.4 Στρατηγικές.....                                        | 65  |
| 2.1.4α Νοεροί Υπολογισμοί.....                                | 65  |
| 2.1.4β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί.....                         | 66  |
| 2.1.5 Συμπεράσματα.....                                       | 68  |
| 2.2 Σύγκριση δίγλωσσων – μη δίγλωσσων μαθητών.....            | 70  |
| 2.2.1 Επιδόσεις.....                                          | 71  |
| 2.2.2 Στρατηγικές.....                                        | 73  |
| 2.2.2α Νοεροί Υπολογισμοί.....                                | 73  |
| 2.2.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί.....                         | 73  |
| 2.2.3 Συμπεράσματα.....                                       | 75  |
| 2.3 Σύγκριση μαθητών με ΜΔ – μαθητών χωρίς ΜΔ.....            | 76  |
| 2.3.1 Επιδόσεις.....                                          | 77  |
| 2.3.2 Στρατηγικές.....                                        | 79  |
| 2.3.2α Νοεροί Υπολογισμοί.....                                | 79  |
| 2.3.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί.....                         | 80  |
| 2.3.3 Ανάλυση απαντήσεων μαθητών με ΜΔ.....                   | 81  |
| 2.3.4 Συμπεράσματα.....                                       | 90  |
| 2.4 Σύγκριση των μαθητών ανάλογα με την τάξη που φοιτούν..... | 91  |
| 2.4.1 Επιδόσεις.....                                          | 92  |
| 2.4.2 Στρατηγικές.....                                        | 94  |
| 2.2.2α Νοεροί Υπολογισμοί.....                                | 94  |
| 2.2.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί.....                         | 95  |
| 2.4.3 Συμπεράσματα.....                                       | 96  |
| 3. ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....                                              | 97  |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....                                              | 103 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....                                              | 107 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....                                             | 109 |

## Πρόλογος

Είναι σχετικά σύνηθες το φαινόμενο της έλλειψης ευχέρειας στους υπολογισμούς και των αδυναμιών εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων από μαθητές Γυμνασίου, ενώ ως γνωστόν αυτά διδάσκονται στις τάξεις του Δημοτικού σχολείου. Το γεγονός αυτό αποτελεί τροχοπέδη για τους μαθητές αυτούς πολλές φορές στην περεταίρω πορεία τους σε σχέση με τα μαθηματικά, τους εμποδίζει να κατακτήσουν νέα ύλη. Για παράδειγμα, πολλοί καθηγητές μαθηματικών αναρωτιούνται «πώς να του μάθω να λύνει εξισώσεις; Εδώ δεν ξέρει καν την προπαίδεια!». Όλα αυτά έχουν ως συνέπεια να φτάνουν σε σημείο όπου δεν κατανοούν, και κατ' επέκταση παραιτούνται από την ενασχόλησή τους με το μάθημα.

Σύμφωνα με το Λεμονίδη (2003), η πράξη του πολλαπλασιασμού, είναι σημαντική για τους μαθητές, γιατί στη γνώση των απλών πράξεων βασίζονται οι μετέπειτα ικανότητες εκτέλεσης πιο σύνθετων πράξεων και αλγορίθμων, η λύση προβλήματος και η εκτίμηση του αποτελέσματος (Λεμονίδης, 2003). Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μελετήσαμε την ανταπόκριση των μαθητών ενός Γυμνασίου της Ξάνθης σε ό,τι αφορά την πράξη του πολλαπλασιασμού. Πιο συγκεκριμένα, θέλαμε να δούμε πώς οι μαθητές ενός Γυμνασίου ανταπεξέρχονται σε ερωτήματα προπαίδειας, λεκτικά προβλήματα νοερών και κατ' εκτίμηση υπολογισμών, αλλά και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, μεταξύ μονοψήφιων, πολυψήφιων και δεκαδικών αριθμών. Όλα αυτά, με δεδομένο ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια πράξη με την οποία έχουν έρθει σε επαφή από τη Β' Δημοτικού, και έκτοτε συνεχώς, στο μάθημα των μαθηματικών, στα υπόλοιπα θετικά μαθήματα, καθώς επίσης και στην καθημερινή τους ζωή.

Η έρευνα PISA του 2000 συμπεραίνει ότι «οι μαθητές ομιλητές μιας γλώσσας μειονότητας είναι δυο φορές πιθανότερο να βρεθούν στα κατώτερα σκαλιά της ακαδημαϊκής επίδοσης σε όλους τους εξεταζόμενους τομείς, από ότι οι μαθητές ομιλητές της γλώσσας πλειονότητας» (PISA 2000: 156).

Πολύ πρόσφατα, οι Calhoon, Emerson, Flores, & Houchins (2007) εξέτασαν την υπολογιστική ευχέρεια, όσον αφορά τις τέσσερις βασικές πράξεις, των μαθητών γυμνασίου και λυκείου με ΜΔ, οι οποίοι, ενώ καλούνται να μάθουν μαθηματικά πιο υψηλού επιπέδου, όπως επίλυση προβλήματος, πολλές φορές κάνουν λάθη στην απλή εκτέλεση των πράξεων. Λιγότερο από το 50% των μαθητών, οι οποίοι φοιτούσαν στην τρίτη γυμνασίου, και πρώτη έως

και τρίτη λυκείου, απάντησαν σωστά σε ασκήσεις πολλαπλασιασμού με μονοψήφιο και με διψήφιο αριθμό. Η πιο εμφανής αιτία για το γεγονός αυτό θα λέγαμε ότι είναι η αδυναμία των μαθητών με ΕΜΔ να μάθουν τον πίνακα της προπαίδειας. Αλλά σύμφωνα με τους Siegler & Jenkins (1989) ακόμα και αφού οι μαθητές με ΜΔ κατακτήσουν πιο αποτελεσματικές και ώριμες στρατηγικές, τείνουν να μένουν προσκολλημένοι στις παλιές και ανώριμες στρατηγικές καταμέτρησης.

Για τους σκοπούς λοιπόν της έρευνάς μας διακρίναμε το δείγμα με δύο διαφορετικούς τρόπους. Αρχικά μελετήσαμε τις συμπεριφορές των δίγλωσσων και μη δίγλωσσων μαθητών, μιας και η περιοχή της Θράκης, και συγκεκριμένα της Ξάνθης όπου πραγματοποιήθηκε η έρευνα, περιλαμβάνει κατά μεγάλο μέρος δίγλωσσους πληθυσμούς, είτε λόγω της μειονότητας, είτε λόγω του κύματος της μετανάστευσης και παλιννόστησης των τελευταίων είκοσι χρόνων. Έπειτα, εξετάσαμε την ανταπόκριση των μαθητών που αντιμετωπίζουν διαγνωσμένες από τα κατάλληλα κέντρα Μαθησιακές Δυσκολίες και τη συγκρίναμε με εκείνη των υπόλοιπων μαθητών. Ένας από τους στόχους της έρευνας ήταν να σκιαγραφήσουμε το προφίλ ενός μαθητή με Μαθησιακές Δυσκολίες, σε σχέση με την πράξη του πολλαπλασιασμού στις διάφορες εκφάνσεις αυτού, δηλαδή να δούμε αν γνωρίζει την προπαίδεια, αν και κατά πόσο είναι σε θέση να υπολογίσει νοερά ή κατ' εκτίμηση γινόμενα, και πώς ανταποκρίνεται στο γραπτό αλγόριθμο της πράξης.

Δευτερευόντως, διακρίναμε το δείγμα σε τρεις ομάδες, μία για κάθε τάξη, με σκοπό να εξετάσουμε αν οι μαθητές βελτιώνουν τις επιδόσεις τους στον πολλαπλασιασμό και αν γίνονται πιο ευέλικτοι στους υπολογισμούς τους, με τον καιρό και μεταβαίνοντας από μικρότερες σε μεγαλύτερες τάξεις.

Το εργαλείο που χρησιμοποιήσαμε για τη διεξαγωγή της έρευνάς μας ήταν μια γραπτή δοκιμασία που αποτελείτο από τρία μέρη. Η μελέτη μας κινείται γύρω από δύο βασικούς άξονες, αυτόν της επίδοσης των μαθητών συνολικά, αλλά και σε κάθε ένα μέρος της γραπτής δοκιμασίας ξεχωριστά, καθώς επίσης και εκείνον των στρατηγικών που χρησιμοποίησαν ώστε να φτάσουν στη λύση κάθε άσκησης.

Το πρώτο μέρος της δοκιμασίας περιείχε γινόμενα, τα οποία ζητήθηκε από τους μαθητές και τονίστηκε με ιδιαίτερη έμφαση να εκτελέσουν νοερά, «στο μυαλό τους», και έπειτα να γράψουν απλώς το αποτέλεσμα που βρήκαν. Ο στόχος μας εδώ ήταν να δούμε αν είναι ευέλικτοι οι μαθητές μας και

χρησιμοποιούν ποικίλες στρατηγικές ή αν μένουν προσκολλημένοι στο γραπτό αλγόριθμο της πράξης.

Το δεύτερο μέρος αποτελείτο από δύο λεκτικά προβλήματα εκτίμησης, στα οποία ζητήσαμε από τους μαθητές να υπολογίσουν περίπου, και όχι ακριβώς κάποια γινόμενα. Θέλαμε να εξετάσουμε κατά πόσο οι μαθητές τολμούν να εκτιμήσουν και όχι να βρουν ένα ακριβές αποτέλεσμα.

Το τρίτο μέρος περιείχε δύο πολλαπλασιασμούς, ένα γινόμενο διψήφιου επί μονοψήφιο αριθμό, και ένα τριψήφιου επί διψήφιο αριθμό, και ζητήθηκε από τους μαθητές να εκτελέσουν το γραπτό αλγόριθμο της πράξης. Στόχος μας ήταν να δούμε πώς ανταπεξέρχεται είτε το δείγμα στο σύνολό του, είτε οι επιμέρους ομάδες, στον απλό και πολύ παλιότερα διδαγμένο αλγόριθμο.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αναλύονται με βάση τους στόχους που τέθηκαν, και μέσω στατιστικών μετρήσεων.

## **A. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ**

### **1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Το θεωρητικό μέρος της εργασίας αποτελείται από τρία κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη διγλωσσία ως όρο και στα είδη διγλωσσίας που διακρίνονται, καθώς επίσης και μια περιγραφή του πληθυσμού της Θράκης, ο οποίος παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον όσον αφορά το θέμα της διγλωσσίας, αφού, όπως προαναφέρθηκε, οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνά μας ζουν στην Ξάνθη. Περιγράφουμε ακόμη τις εκπαιδευτικές δομές που σχετίζονται με τους διγλωσσους μαθητές.

Στο δεύτερο κάνουμε μια αναφορά στις Μαθησιακές Δυσκολίες (ΜΔ), όσο αφορά τον ορισμό, τα χαρακτηριστικά και τα είδη αυτών, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση σε ό,τι σχετίζεται με τα μαθηματικά. Αναφερόμαστε επίσης στις εκπαιδευτικές δομές που έχουν θεσμοθετηθεί στα πλαίσια των ειδικών εκπαιδευτικών αναγκών που παρουσιάζουν οι μαθητές με ΜΔ.

Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο, αναφερόμαστε στην πράξη του πολλαπλασιασμού μέσω της προπαίδειας και του γραπτού αλγόριθμου και στο πώς αυτή διδάσκεται στο σχολείο. Περιγράφεται ο όρος «στρατηγικές» και γίνεται λόγος για τις άτυπες στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές όταν τους ζητείται να κάνουν νοερούς και κατ' εκτίμηση υπολογισμούς στον πολλαπλασιασμό.

## **2. ΔΙΓΛΩΣΣΙΑ**

### **2.1 Προσδιορισμός του όρου**

Στη διεθνή βιβλιογραφία, σε ό,τι αφορά τη διγλωσσία, συναντά κανείς δύο διαφορετικούς όρους, τον όρο bilingualism, που μεταφράζεται ως διγλωσσία, και τον όρο diglossia, που μεταφράζεται ως γλωσσική διμορφία, ή γλωσσική διφυΐα (Παπαπαύλου, Α. στο Σκούρτου, Ε. 1997). Με τον πρώτο χαρακτηρίζεται η διγλωσσία σε ατομικό επίπεδο, ως ικανότητα ενός ατόμου να χρησιμοποιεί περισσότερες από μία γλώσσες, ενώ με το δεύτερο σε επίπεδο κοινωνίας, στην οποία χρησιμοποιούνται δύο γλώσσες (Ferguson, 1959, Fishman, 1972).

Το περιεχόμενο του όρου «διγλωσσία», ιδιαίτερα όταν αυτό το φαινόμενο αφορά μεμονωμένα άτομα, έχει γίνει αντικείμενο πολλαπλών και μακροχρόνιων συζητήσεων. Ένα καίριο σημείο τριβής είναι η ταύτιση του φαινομένου της διγλωσσίας με την τέλεια γνώση δύο γλωσσών, έτσι ώστε σε όλες τις βασικές δεξιότητες (κατανόηση - ηχητική αντίληψη, ομιλία, ανάγνωση, γραφή) το διγλωσσο άτομο να εκλαμβάνεται ως φυσικός ομιλητής σε αυτές τις γλώσσες. Αυτή είναι η εικόνα ενός τέλει διγλωσσού, όπως την έχει αντιληφθεί ο Bloomfield (1935). Αντιθέτως, ο Macnamara (1967), προτείνει ότι ο διγλωσσος είναι κάποιος που έχει περιορισμένη έστω ικανότητα σε μία από τις τέσσερις προαναφερθείσες γλωσσικές δεξιότητες, σε μία γλώσσα εκτός από τη μητρική. Μεταξύ των δύο αυτών ακραίων ορισμών, θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε την άποψη που εισηγήθηκε ο Titone το 1972, με βάση την οποία η διγλωσσία ορίζεται ως η ικανότητα κάποιου ατόμου να μιλά μια δεύτερη γλώσσα στο βαθμό που ακολουθεί τις ιδέες και τη δομή της γλώσσας αυτής, παρά να παραφράζει τη μητρική του γλώσσα.

Σχετικές έρευνες που έχουν γίνει κατά καιρούς, έχουν εντοπίσει τις εξής βασικές διαστάσεις της διγλωσσίας (Hamers & Blanc, 1989):

- *σχετική γλωσσική ικανότητα (relative competence)*, δηλαδή αν οι ικανότητες του διγλωσσού είναι ισότιμες και στις δύο γλώσσες, ή αν η μια υπερισχύει της άλλης
- *γνωστική οργάνωση (cognitive organization)*, δηλαδή αν έχει την ίδια ή δύο διαφορετικές αντιπροσωπεύσεις για δύο μεταφραστικά ισότιμα
- *ηλικία κατάκτησης (age of acquisition)*

- *εξωγενές/ενδογενές κοινωνικό περιβάλλον (exogeneity)*, όπου ενδογενής θεωρείται η φυσική γλώσσα, ενώ εξωγενής η επίσημη και θεσμοθετημένη γλώσσα
- *κοινωνικοπολιτισμικό στάτους (social cultural status)*, εάν η μητρική γλώσσα θεωρείται κατώτερη και υποτιμάται
- *πολιτισμική ταυτότητα (cultural identity)*

Γενικότερα θα μπορούσαμε να πούμε ότι μέσω του όρου «διγλωσσία» περιγράφουμε τη χρήση δύο γλωσσών από το ίδιο άτομο, το οποίο για το λόγο αυτό ονομάζεται διγλωσσο. Σταθμίζοντας κάθε φορά τις παραπάνω διαστάσεις, ανάλογα με τις απαιτήσεις που θέτει ο εκάστοτε χώρος χρήσης μιας γλώσσας στο χρήστη, προκύπτει ο βαθμός της διγλωσσίας (Σκούρτου, Ε., 1997).

Ο Δαμανάκης (1997), αποδίδει στα ελληνικά τον όρο bilingualism ως *ατομική διγλωσσία*, και τον όρο diglossia ως *κοινωνική διγλωσσία*, και με βάση το διαχωρισμό αυτό διακρίνει τις διάφορες μειονότητες που υπάρχουν στην Ελλάδα. Πιο συγκεκριμένα, υποστηρίζει ότι η ατομική διγλωσσία απαντάται κυρίως σε κοινωνίες που δέχονται μετανάστες, διότι η χρήση της «μειονοτικής» γλώσσας περιορίζεται στην οικογένεια ή στην παροικία και δεν αντιστοιχεί σε λειτουργίες της ευρύτερης κοινωνίας. Απαραίτητη για την κοινωνική και επαγγελματική ανέλιξη είναι η χρήση της επίσημης γλώσσας, δηλαδή της ελληνικής. Σε άλλες περιπτώσεις μειονοτήτων όμως, όπως αυτή της μουσουλμανικής<sup>1</sup>, όπου έχουν διαμορφωθεί ενδοπαροικιακοί θεσμοί διατήρησης και καλλιέργειας της τουρκικής γλώσσας, που αποτελεί και την επίσημη γλώσσα της θρησκείας, θεωρεί ότι η διγλωσσία είναι κοινωνική.

Φαινόμενα ατομικής και κοινωνικής διγλωσσίας εμφανίζονται σε διάφορους πληθυσμούς και τόπους ανά την Ελλάδα. Η παρούσα έρευνα λαμβάνει χώρα στην Ξάνθη, οπότε ας δούμε πώς διαμορφώνεται ο πληθυσμός της Θράκης, όπου το φαινόμενο της διγλωσσίας είναι ιδιαίτερα έντονο.

---

<sup>1</sup> Ως «μουσουλμανική» αναφέρεται η μειονότητα από τον Δαμανάκη (1997). Το θέμα της ονομασίας των ομάδων τις μειονότητας είναι λεπτό και με πολιτικές προεκτάσεις, και γι' αυτό σε κάθε σχετική χρήση θα αναφέρουμε το συγγραφέα που τη χρησιμοποιεί.

## **2.2 Χαρακτηριστικά του πληθυσμού της Θράκης**

Χαρακτηριστικό γνώρισμα της Θράκης είναι ότι διαθέτει έναν αναλογικά μεγάλο σε αριθμό και συμπαγή, ως προς τη θρησκευτική του ταυτότητα, μουσουλμανικό<sup>2</sup> πληθυσμό, που καλύπτει το 43,9% του συνολικού πληθυσμού του νομού της Ξάνθης, το 61,16% του πληθυσμού του Ν. Ροδόπης, και το 6,25% του Ν. Έβρου (Βακαλιός, 1997).

Η μειονότητα της Θράκης είναι η μόνη επίσημα αναγνωρισμένη μειονότητα στην Ελλάδα, και ο συγκεκριμένος όρος αντιμετωπίζεται με την έννοια ενός συνόλου ανθρώπων που μοιράζονται κάποια πρωτογενή, εμπειρικά εντοπίσιμα χαρακτηριστικά (εθνική προέλευση, γλώσσα, θρησκεία, παράδοση) τα οποία το διαφοροποιούν από το υπόλοιπο του πληθυσμού. Τη γέννησή της ορίζει η συνθήκη της Λωζάννης που υπογράφηκε το 1923, με βάση την οποία οι μουσουλμάνοι το θρήσκευμα Έλληνες πολίτες της Δυτικής Θράκης, η οποία προσαρτήθηκε στο ελληνικό κράτος το 1920, εξαιρέθηκαν από την υποχρεωτική ανταλλαγή πληθυσμών μεταξύ Ελλάδας και Τουρκίας.

Θεσμικά, η υπόσταση της μειονότητας ορίστηκε ενιαία με βάση το κριτήριο του θρησκεύματος, όμως λαμβάνοντας υπόψη φυλετικά (εθνοτικά), κοινωνικά, γλωσσικά και πολιτιστικά κριτήρια, θα πρέπει να θεωρηθεί ανομοιογενές σύνολο. Έτσι, σύμφωνα με την Ασκούνη (2006), ο προσδιορισμός της μειονότητας ως «μουσουλμανική» προβάλλει μόνο τη θρησκευτική ταυτότητά της και ουσιαστικά αρνείται την ύπαρξή της ως ομάδα με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Με βάση τα τελευταία, ο πληθυσμός της μειονότητας μπορεί να διακριθεί σε τρεις ομάδες: στους *Τουρκογενείς*, στους *Αθίγγανους* (ρομ) και στους *Πομάκους*.

Οι πρώτοι βρίσκονται στη Θράκη από την εποχή της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας, μιλούν την τουρκική ως μητρική γλώσσα και σήμερα δεν ξεπερνούν το 50% της μειονότητας. Αποτελούν το μεγαλύτερο μέρος του μειονοτικού πληθυσμού του Ν. Ροδόπης.

Οι Αθίγγανοι κατά πλειοψηφία μιλούν ρομανί (αθιγγανική), και παρόλο το νομαδικό της παράδοσής τους, είναι τα τελευταία χρόνια μόνιμα εγκατεστημένοι στη Θράκη, με τους περισσότερους να ζουν σε κάποιες περιοχές του Έβρου.

---

<sup>2</sup> Σύμφωνα με το Βακαλιό (1997), ο πληθυσμός της περιοχής έχει καθιερωθεί να ορίζεται στα επίσημα έγγραφα και υπηρεσίες, με τους διχαστικούς όρους Χριστιανοί – Μουσουλμάνοι. Οι όροι αυτοί χρησιμοποιούνται επίσης κατά κόρον για το χαρακτηρισμό μαθητών και εκπαιδευτικών.

Οι Πομάκοι αποτελούν μια φυλή που ζει από την αρχαιότητα στην οροσειρά της Ροδόπης και σήμερα αποτελούν το μεγαλύτερο μέρος του μειονοτικού πληθυσμού του νομού Ξάνθης. Ως μητρική γλώσσα μιλούν την πομάκικη, που αποτελεί κράμα αρχαίας ελληνικής, βουλγαρικής και τουρκικής γλώσσας. (Βακαλιός, 1997). Αξίζει να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι αποτελούν την πιο αμφιλεγόμενη ομάδα στο εσωτερικό της μειονότητας, όσον αφορά την καταγωγή και την κουλτούρα τους, καθώς υπήρξαν αντικείμενο διαμάχης στο πλαίσιο τόσο των ελληνοβουλγαρικών, όσο και των ελληνοτουρκικών σχέσεων.

Τα όρια μεταξύ των τριών επιμέρους ομάδων στο εσωτερικό της μειονότητας είναι ρευστά και όχι σαφώς διακριτά, γιατί τα κριτήρια του προσδιορισμού του δεν μπορούν να θεωρηθούν αντικειμενικά ή εμφανή (Ασκούνη, 2006).

Ο έντονος σημερινός πολυπολιτισμικός χαρακτήρας του πληθυσμού της Θράκης, εκτός από την ύπαρξη της μειονότητας, οφείλεται και στο γεγονός ότι από τις αρχές της δεκαετίας του 1990, σημειώθηκε ένα μεγάλο κύμα εγκατάστασης παλιννοστούντων και μεταναστών από τις χώρες της πρώην Σοβιετικής Ένωσης και της Ανατολικής Ευρώπης, όπως συνέβη και στην υπόλοιπη Ελλάδα.

## **2.3 Διγλωσσία και εκπαίδευση**

### ***2.3.1 Επιπτώσεις της διγλωσσίας στη σχολική πορεία των μαθητών***

Οι βασικοί χώροι χρήσης μιας γλώσσας είναι η οικογένεια και το σχολείο, ιδιαίτερα στις πρώτες βαθμίδες της εκπαίδευσης. Η χρήση της μιας ή της άλλης γλώσσας σε αυτούς τους χώρους είναι επαρκές κριτήριο για να οριστεί μια γλώσσα ως πρώτη (μητρική) ή δεύτερη για το δίγλωσσο άτομο. Οι σχέσεις που διαμορφώνονται ανάμεσα στις δύο αυτές γλώσσες αποτελούν μία πολύ βασική παράμετρο με τεράστιες επιπτώσεις στη γενικότερη σχολική επίδοση του δίγλωσσου ατόμου.

Στην Ελλάδα η γλώσσα του σχολείου είναι η ελληνική, και είναι η γλώσσα η οποία έρχεται σε επαφή με τη γλώσσα (ή τις γλώσσες) που φέρνουν οι μαθητές μαζί τους από την οικογένεια. Μεταξύ της ελληνικής ως επίσημης γλώσσας της εκπαίδευσης και των αντίστοιχων γλωσσών του οικογενειακού

περιβάλλοντος δημιουργείται μία σχέση, η οποία χαρακτηρίζεται ως ανταγωνιστική.

Σύμφωνα με την έρευνα PISA του 2000, «οι μαθητές ομιλητές μιας γλώσσας μειονότητας είναι δυο φορές πιθανότερο να βρεθούν στα κατώτερα σκαλιά της ακαδημαϊκής επίδοσης σε όλους τους εξεταζόμενους τομείς, από ότι οι μαθητές ομιλητές της γλώσσας πλειονότητας» (PISA 2000: 156). Από τους βασικούς παράγοντες που εμποδίζουν την είσοδο των μαθητών της μειονότητας στις ανώτερες βαθμίδες είναι η ανεπαρκής κατοχή της ελληνικής γλώσσας που απαιτείται και στα λεγόμενα θεωρητικά, αλλά και στα μαθήματα θετικής κατεύθυνσης. Ένας σημαντικά μεγάλος αριθμός μαθητών που φοιτούν στη μέση εκπαίδευση συγκεντρώνει τη χαμηλότερη βαθμολογία στα μαθηματικά, στη φυσική, τη χημεία και τη γλώσσα (Βακαλιός, 1997).

Ο Ruiz (1984) διακρίνει τρεις βασικές θεωρήσεις της «άλλης» γλώσσας σε καταστάσεις γλωσσικής πολυμορφίας: η γλώσσα μπορεί να θεωρηθεί ως *πρόβλημα*, ως *ατομικό δικαίωμα* ή ως *πηγή εμπλουτισμού*. Στο πλαίσιο της πρώτης θεώρησης, το πρόβλημα χρήζει επίλυσης ή θεραπείας. Αυτό αντικατοπτρίζεται παραδειγματικά στις συστηματικές, θεσμικά κατοχυρωμένες προσπάθειες βαθμιαίας αντικατάστασης μια μειονοτικής γλώσσας από την κυρίαρχη γλώσσα. Στη δεύτερη περίπτωση, η άλλη γλώσσα αναγνωρίζεται ως βασικό ανθρώπινο δικαίωμα αλλά η φροντίδα της είναι αποκλειστική ευθύνη του ομιλητή ή της κοινότητας προέλευσης του. Στην τρίτη περίπτωση, η γλώσσα θεωρείται προστιθέμενη αξία στο συλλογικό πολιτισμικό κεφαλαίο της κοινωνίας. Σ' αυτή την περίπτωση, η πολιτεία καλείται να μεγιστοποιήσει αυτό το κεφάλαιο μέσω της εκπαίδευσης (Baker 2001; Cummins 2000, 2003). Αναλόγως με το ποια θεώρηση θα ακολουθήσει το κάθε κράτος, διαμορφώνει και τα προγράμματα εκπαίδευσής του για τους δίγλωσσους μαθητές του.

Αξίζει λοιπόν στο σημείο αυτό να κάνουμε μια μικρή ανασκόπηση των εκπαιδευτικών προγραμμάτων σχετικά με τους δίγλωσσους μαθητικούς πληθυσμούς στην Ελλάδα.

### **2.3.2 Μειονοτική εκπαίδευση**

Η εκπαίδευση της μειονότητας της Θράκης διέπεται από ιδιαίτερο νομικό καθεστώς και παρέχεται σε ξεχωριστά δημοτικά σχολεία, τα οποία απευθύνονται μόνο σε μειονοτικούς μαθητές. Νομικά θεμελιώθηκαν από τη συνθήκη της Λωζάννης, στα πλαίσια της προστασίας των γλωσσικών δικαιωμάτων.

Η βασική τους ιδιαιτερότητα είναι ότι λειτουργούν με δίγλωσσο πρόγραμμα, με τα μαθήματα μοιρασμένα στην ελληνική και την τουρκική γλώσσα. Το ελληνόφωνο μέρος περιλαμβάνει την ελληνική γλώσσα και όλα τα λεγόμενα «θεωρητικά» μαθήματα, ενώ στο τουρκόφωνο, εκτός από την τουρκική γλώσσα και τα θρησκευτικά, περιλαμβάνονται τα μαθηματικά και η φυσική. Το κάθε μέρος έχει δικά του βιβλία και δάσκαλους. Υπάρχει όμως ένα σημαντικό πρόβλημα: το επίπεδο της ελληνομάθειας είναι ανεπαρκές για τη σχολική εξέλιξη, σε όλα τα μαθήματα. Αυτό οφείλεται κυρίως στην ελλιπή κατάρτιση των εκπαιδευτικών, καθώς επίσης και στην απουσία στοιχειωδών γνώσεων διδασκαλίας της ελληνικής ως δεύτερης γλώσσας (Ασκούνη, 2006).

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι ενώ μέχρι το 2000 στο ελληνόφωνο μέρος των μειονοτικών σχολείων χρησιμοποιούνταν τα βιβλία που διδάσκονταν σε όλα τα σχολεία. Στα πλαίσια του προγράμματος Εκπαίδευσης Μουσουλμανοπαίδων όμως, τα παλιά βιβλία αντικαταστάθηκαν με νέα, τα οποία φτιάχτηκαν ειδικά για το σκοπό αυτό. Πιο κάτω θα αναφερθούμε στο πρόγραμμα αυτό, καθώς αποτελεί μέρος γενικότερων εργασιών που εκπονήθηκαν από πανεπιστημιακά ιδρύματα της χώρας και σχετίζονται με το φαινόμενο της διγλωσσίας στην εκπαίδευση.

Όταν γράφτηκε η συνθήκη της Λωζάννης, η υποχρεωτική εκπαίδευση περιοριζόταν στο δημοτικό. Ενώ λοιπόν σήμερα λειτουργούν 221 μειονοτικά δημοτικά σχολεία σε όλη τη Θράκη, υπάρχουν μόνο 2 μειονοτικά γυμνάσια, ένα στην Κομοτηνή και ένα στην Ξάνθη. Είναι προφανές ότι δεν μπορούν να καλυφθούν οι ανάγκες της μειονότητας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Για πολλά χρόνια λοιπόν, οι περισσότεροι μαθητές της μειονότητας, και κυρίως οι κάτοικοι του ορεινού όγκου, οι Πομάκοι, μετά την αποφοίτησή τους από το μειονοτικό δημοτικό, διέκοπταν τις περεταίρω σπουδές.

Τα τελευταία όμως χρόνια, παρατηρείται μια τάση συνέχισης των σπουδών τους και στη δευτεροβάθμια, και σε μερικές περιπτώσεις και στην τριτοβάθμια εκπαίδευση της χώρας. Έτσι, έχουν προκύψει σημαντικά ζητήματα σχετικά με το κατά πόσο οι μαθητές που αποφοιτούν από τα μειονοτικά

δημοτικά μπορούν να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις των γενικών γυμνασίων και λυκείων. Το θέμα αυτό αποτελεί έναν από τους τομείς μελέτης μας στην παρούσα έρευνα, μιας και, όπως προαναφέραμε, το μάθημα των μαθηματικών στα μειονοτικά δημοτικά δε διεξάγεται στα ελληνικά.

### **2.3.3 Προγράμματα εκπαίδευσης για παλιννοστούντες και μετανάστες**

Τα πρώτα δείγματα διαπολιτισμικής εκπαίδευσης, αλλά μάλλον περισσότερο με αφομοιωτικές τάσεις, έγιναν από το ελληνικό κράτος υπό μορφή μεταρρυθμίσεων, με αφορμή το κύμα παλιννόστησης ομογενών μεταναστών από τις ΗΠΑ, τον Καναδά και τη Δυτική τότε Γερμανία, τη δεκαετία του 1970 (Έμκε – Πουλοπούλου, 1986; Πετρόπουλος, 1990). Στα πλαίσια αυτά λοιπόν, θεσμοθετούνται οι *Τάξεις Υποδοχής* και τα *Φροντιστηριακά Τμήματα*.

Οι *Τάξεις Υποδοχής* ιδρύονται με υπουργική απόφαση του 1980, και η λειτουργία των τάξεων αυτών αποσκοπεί στην καλλιέργεια των δεξιοτήτων που έχουν αποκτήσει οι παλιννοστούντες μαθητές στο προηγούμενο σχολικό περιβάλλον και στην απόκτηση των εφοδίων εκείνων που είναι απαραίτητα για την μελλοντική μορφωτική και επαγγελματική τους εξέλιξη στα πλαίσια της ελληνικής εκπαίδευσης και κοινωνίας. Οι *Τάξεις Υποδοχής*, εντάχθηκαν στο κανονικό σχολείο, αλλά λειτουργούσαν αυτόνομα, με ξεχωριστό Αναλυτικό Πρόγραμμα, και αποτέλεσαν ένα μοντέλο μεταβατικού χαρακτήρα, με ημερομηνία λήξης την ημέρα που ο μαθητής θα μπορούσε να ενταχθεί ικανοποιητικά στην κανονική τάξη. Το πρόγραμμα των ΤΥ περιλάμβανε πρόσθετες διδακτικές ώρες για τη διδασκαλία της ελληνικής γλώσσας και των μαθηματικών (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 1999; Παλαιολόγου & Ευαγγέλου, 2003). Η ξεχωριστή τάξη όμως οδηγεί στην απομόνωση των παλιννοστούντων μαθητών από τους υπόλοιπους, με συνέπεια να μην εξαλείφονται οι γλωσσικές τους αδυναμίες στα ελληνικά, και να εμποδίζεται η κοινωνικοποίησή τους.

Το 1983 επαναπροσδιορίζεται η λειτουργία των ΤΥ. Στο νέο νόμο δεν γίνεται πλέον λόγος για την περαιτέρω καλλιέργεια των δεξιοτήτων που ανέπτυξαν οι παλιννοστούντες μαθητές στο προηγούμενο σχολικό περιβάλλον (π.χ. διγλωσσία), αλλά ορίζεται ως μοναδικός σκοπός των *Τάξεων Υποδοχής* η ομαλή προσαρμογή στο εκπαιδευτικό σύστημα της χώρας. Στον ίδιο νόμο του 1983, θεσμοθετήθηκαν τα *Φροντιστηριακά Τμήματα*. Οι παλιννοστούντες μαθητές παρακολουθούσαν το μάθημα της κανονικής τάξης, και δέχονταν ενισχυτική διδασκαλία εκτός του σχολικού ωραρίου στα ελληνικά, τα

μαθηματικά, τη φυσική και τη χημεία. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα τρία τελευταία μαθήματα γίνονταν και στα ελληνικά, αλλά και στη μητρική τους γλώσσα, γεγονός που τους βοηθά να διατηρήσουν κομμάτια της πολιτισμικής τους ταυτότητας (Μασάλη Ζ., 2007).

Το πλήθος των παλιννοστούντων, αλλά και μεταναστών που έρχονται στην Ελλάδα από τις χώρες της πρώην Σοβιετικής Ένωσης και την Αλβανία στις αρχές τις δεκαετίας του 1990, επιβάλει ανανέωση και αναπροσαρμογή των προϋπαρχουσών δομών. Η πολιτεία βρέθηκε σε συνεχή αναζήτηση κατάλληλων τρόπων παρέμβασης, ενώ παράλληλα λειτουργούσαν τα ΤΥ και τα ΦΤ, ώσπου το 1999 θεσπίζονται νέες ρυθμίσεις για τις Τάξεις Υποδοχής και τα Φροντιστηριακά Τμήματα. Η σχετική υπουργική απόφαση προβλέπει την διαμόρφωση ενός ευέλικτου σχήματος θεσμικής και διδακτικής παρέμβασης στο επίπεδο των σχολικών μονάδων, έτσι ώστε να επιτευχθεί η ομαλή και ισόρροπη ένταξη των παλιννοστούντων και αλλοδαπών μαθητών στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα. Ο βασικός προσανατολισμός παραμένει ο ίδιος: «η εντατική εκμάθηση της ελληνικής γλώσσας». Ωστόσο υπάρχει μια σημαντική διαφοροποίηση από τις προηγούμενες αποφάσεις, αφού η ελληνική γλώσσα αναφέρεται ως *δεύτερη γλώσσα* των αλλοδαπών μαθητών. Για το λόγο αυτό η υπουργική απόφαση θεωρεί ως προσόν επιλογής των διδασκόντων για την ανάθεση του διδακτικού έργου σε αυτές τις τάξεις την εξειδίκευσή τους στην διδασκαλία της Ελληνικής ως δεύτερης γλώσσας (Σκούρτου κ. ά., 2004).

Στην ίδια απόφαση αναφέρεται πάλι η ανάγκη διδασκαλίας της γλώσσας και του πολιτισμού της χώρας προέλευσης. Με βάση την υπουργική απόφαση, δίνεται η δυνατότητα σε κάθε σχολική μονάδα να επιλέξει, μέσω του συλλόγου των διδασκόντων, τη δομή που κρίνει ότι εξυπηρετεί καλύτερα τις ανάγκες των μαθητών της, με τη γενική ευθύνη να βρίσκεται στα χέρια των κατά τόπους νομαρχιών πλέον, και όχι του υπουργείου, σε μια λογική αποκέντρωσης.

Το τοπίο, παρ' όλα αυτά, παραμένει θολό, διότι δεν καθορίζονται αξιόπιστα και παιδαγωγικά κριτήρια σχετικά με τον τρόπο διαχωρισμού των μαθητών σε τμήματα και με το διδακτικό υλικό. Δεν προβλέπεται κάποιο είδος κατάρτισης ή επιμόρφωσης για τους εκπαιδευτικούς σε θέματα διγλώσσης εκπαίδευσης (Παλαιολόγου & Ευαγγέλου, 2003), και επίσης στις περισσότερες περιπτώσεις η γλώσσα και η κουλτούρα της χώρας προέλευσης των μαθητών δε διδάσκονται, είτε λόγω έλλειψης δυναμικού, είτε λόγω της λογικής για γρήγορη ένταξη στις «κανονικές» τάξεις και σταδιακής αφομοίωσής τους σε αυτές (Δαμανάκης, 1997).

Έτσι, στην περίοδο 1997-2000 & 2000-2004 λειτούργησαν στην Ελλάδα, προγράμματα μεγάλης κλίμακας που σχετίζονται άμεσα με το ζήτημα της ελληνικής ως δεύτερης γλώσσας. Αναφερόμαστε στα προγράμματα που εκπόνησε το Πανεπιστήμιο Αθηνών με τίτλους «Εκπαίδευση Παλιννοστούντων και Αλλοδαπών Μαθητών» και «Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων», το οποίο έχει προαναφερθεί.

Όπως προκύπτει από την περιγραφή των δράσεων και των στόχων από το επιμορφωτικό υλικό στο πρόγραμμα «Εκπαίδευση Παλιννοστούντων και Αλλοδαπών Μαθητών» προτάσσονται ζητήματα διαμόρφωσης κριτηρίων για τη διαπίστωση των επιπέδων ελληνομάθειας (Βαρλοκώστα & Τριανταφυλλίδου 2004). Στα κεντρικά κείμενα του προγράμματος, γίνονται μεν αναφορές στην άλλη γλώσσα (πρώτη γλώσσα των μεταναστών μαθητών), αλλά δεν φαίνεται να θεωρείται ότι αυτή διαδραματίζει κάποιο ρόλο στην εκπαιδευτική πορεία των διγλωσσών μαθητών. Η κυρίαρχη επιδίωξη του προγράμματος είναι η, κατά το δυνατόν, γρηγορότερη, καλύτερη και μαζικότερη συμμετοχή αυτών των μαθητών στις διαδικασίες του σχολείου. Αυτό θεωρείται ότι επιτυγχάνεται με την εκμάθηση κυρίως της ελληνικής γλώσσας. Η διδασκαλία της ενισχύεται με ιδιαίτερα αναλυτικά προγράμματα που εφαρμόζονται στα φροντιστηριακά τμήματα και με την παραγωγή κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού. Η προσπάθεια αυτή ολοκληρώνεται με την πλήρη ένταξη των μαθητών στο επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα.

Ενώ στο πρόγραμμα αυτό γίνονται αναφορές σε γενικότερα ζητήματα γλώσσας και διγλωσσίας, και επίσης δίδονται τα περιθώρια για βοηθητική χρήση της μητρικής γλώσσας, δεν υπάρχει όμως μία σαφώς διατυπωμένη στρατηγική, για το τι γίνεται με τις μητρικές γλώσσες των μαθητών (Σκούρτου κ. ά., 2004). Γενικά πάντως, σε ό,τι αφορά όλα τα παραπάνω προγράμματα, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κινούνται στη λογική του ότι η «άλλη» γλώσσα είναι πρόβλημα (πρώτη θεώρηση<sup>3</sup> κατά Ruiz).

---

<sup>3</sup> Ruiz, R. (1984).

### **2.3.4 Διγλωσσία και μαθηματική εκπαίδευση**

Είναι προφανές ότι στις διγλωσσες και πολύγλωσσες τάξεις, ανεξάρτητα από το αντικείμενο μάθησης και διδασκαλίας, το θέμα της γλώσσας και ευρύτερα της επικοινωνίας βρίσκονται στον πυρήνα του προβληματισμού και της σχετικής έρευνας. Σε ό,τι αφορά στα μαθηματικά, η σχέση μεταξύ γλώσσας και μαθηματικών σε διγλωσσες τάξεις αποτέλεσε αντικείμενο συστηματικής έρευνας μόλις τα τελευταία 20 περίπου χρόνια. Ενώ λοιπόν αρχικά οι ερευνητές υποστήριζαν ότι η διγλωσσία δεν παρεμποδίζει τη μάθηση των μαθηματικών από διγλωσσους μαθητές, από τις αρχές του 1990, η έρευνα απομακρύνθηκε από μια σχετικά περιορισμένη οπτική της μάθησης ως μιας γνωστικής λειτουργίας του ατόμου και προσανατολίστηκε στην κατανόησή της ως συγκροτούμενης μέσα από κοινωνικές πρακτικές και, ιδιαίτερα, πρακτικές λόγου.

Οι σχετικές έρευνες προς αυτή την κατεύθυνση (Adler, 2001) έδειξαν ότι η μετάβαση από τη μητρική γλώσσα στη γλώσσα διδασκαλίας του μαθήματος και, αντιστρόφως, από τους μαθητές και τον εκπαιδευτικό, κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, εμπλουτίζει και ενδυναμώνει την ποιότητα της αλληλεπίδρασης στην τάξη, σε ό,τι αφορά στο μαθηματικό νόημα. Έτσι, για παράδειγμα, σε τάξεις όπου συμβαίνει αυτό ο λόγος που κυριαρχεί επικεντρώνεται στις μαθηματικές έννοιες, ενώ σε τάξεις όπου αυτό δε συμβαίνει ο λόγος εστιάζεται σε υπολογιστικές διαδικασίες - βήματα. Επίσης, το γλωσσικό περιβάλλον που φαίνεται να προσφέρει καλύτερες δυνατότητες στους διγλωσσους μαθητές για επιτυχία στα μαθηματικά είναι αυτό στο οποίο ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει την αξιοποίηση της μητρικής γλώσσας των μαθητών και ταυτόχρονα εξασφαλίζει την πρόσβαση τόσο στη γλώσσα διδασκαλίας του μαθήματος (π.χ. ελληνικά) όσο και στη γλώσσα και ευρύτερα στο λόγο των μαθηματικών.

Σε σχέση με το τελευταίο, όπως κάθε αντικείμενο, έτσι και τα μαθηματικά έχουν τη δική τους «γλώσσα», το δικό τους τρόπο έκφρασης (π.χ. λεξιλόγιο που περιλαμβάνει πολλούς τεχνικούς όρους, απουσία ή συχνή χρήση κάποιων στοιχείων της φυσικής γλώσσας, όπως οι προσωπικές αντωνυμίες και η προστακτική έγκλιση αντιστοίχως, κτλ). Αυτός ο λόγος, που καθίσταται ιδιαίτερα σημαντικός για την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, δεν αναπτύσσεται αυθόρμητα και αβίαστα από τους μαθητές. Μαθαίνεται σε ένα πλαίσιο συμμετοχής σε μια κοινότητα όπου οι εκπαιδευτικοί ή ακόμη και οι μαθητές με υψηλές μαθηματικές επιδόσεις μεταφράζουν, μοντελοποιούν,

επαναδιατυπώνουν, ενθαρρύνουν και προκαλούν τη συμβολή των μαθητευόμενων στη σχολική πρακτική των μαθηματικών. Σε μια τέτοια αντίληψη, η μετάβαση από τη μια γλώσσα στην άλλη (ή, καλύτερα, από τον ένα λόγο στον άλλο) αναδεικνύεται σε κυρίαρχο πόλο μάθησης και διδασκαλίας (Κλειδιά και Αντικλειδιά, Σακονίδης, 2004).

#### **2.4 Συναισθηματικά προβλήματα**

Όπως οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες, έτσι και οι μειονοτικοί μαθητές, προσπαθούν να κατακτήσουν ένα χώρο που δεν αισθάνονται δικό τους, και έτσι έρχονται συχνά αντιμέτωποι με την απόρριψη και την περιθωριοποίηση. Οι μαθητές, με τους δικούς τους όρους, μεταφέρουν στο σχολείο τις αντιπαλότητες που διέπουν την κοινωνική πραγματικότητα. Φαίνεται πάντως ότι πρόκειται λιγότερο για ρητές συγκρούσεις και περισσότερο για έναν ορατό διαχωρισμό των δύο ομάδων στο εσωτερικό του σχολείου. Η περιορισμένη ελληνομάθεια και συνεπώς οι μεγάλες δυσκολίες στην επικοινωνία ευνοούν την απομόνωση των μειονοτικών μαθητών και προκαλούν την εσωστρεφή και συχνά φοβισμένη παρουσία των τελευταίων.

### **3. ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ**

#### **3.1 Ορισμός**

Ο όρος «*Μαθησιακές Δυσκολίες*» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον S. Kirk το 1962. Όμως η έννοια των δυσκολιών αυτών είχε προσεγγιστεί πολύ νωρίτερα από οφθαλμολόγους, κυρίως σε περιπτώσεις ενηλίκων οι οποίοι, αν και είχαν ομαλή οπτική οξύτητα, εντούτοις δεν μπορούσαν να διαβάσουν τις λέξεις που τους δίνονταν. Από τότε μέχρι σήμερα έχουν προταθεί πολλοί ορισμοί και κατηγοριοποιήσεις των δυσκολιών αυτών από επιστήμονες που προέρχονται από διάφορους επιστημονικούς χώρους, όπως Ιατρική, Ψυχολογία, Νευροψυχολογία και Παιδαγωγική.

Ο ορισμός που προτάθηκε από την Εθνική Συλλογική Επιτροπή Μαθησιακών Δυσκολιών (National Joint Committee on Learning Disabilities, 1988) θεωρείται σήμερα ο πιο πλήρης, διότι είναι σαφής και περιγραφικός, σέβεται τις ατομικές διαφορές, διαφοροποιεί την ειδική μαθησιακή δυσκολία ως πρωτογενή διαταραχή από τις περιπτώσεις όπου το μαθησιακό πρόβλημα αποτελεί συνοδευτικό ελάττωμα μιας ευρύτερης διαταραχής και ευνοεί τη διεπιστημονική θεώρηση του συγκεκριμένου προβλήματος.

Σύμφωνα με τον ορισμό αυτόν, «*(Ειδικές) Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ)* είναι ένας γενικός όρος ο οποίος αναφέρεται σε μία ετερογενή ομάδα διαταραχών που προέρχονται από σοβαρές δυσκολίες στην εκμάθηση και χρήση του λόγου, της ανάγνωσης, της γραφής, της λογικής σκέψης και των μαθηματικών. Οι διαταραχές αυτές είναι εγγενείς και θεωρείται ότι οφείλονται σε δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος και είναι δυνατόν να εκδηλώνονται καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής του ατόμου. Συχνά οι μαθησιακές δυσκολίες μπορεί να συνυπάρχουν και με άλλα προβλήματα, όπως για παράδειγμα αισθητηριακές βλάβες, νοητική υστέρηση, κοινωνική ή συναισθηματική διαταραχή, καθώς και με περιβαλλοντικού τύπου προβλήματα, όπως η πολιτισμική αποστέρηση και η ακατάλληλη ή ανεπαρκής διδασκαλία. Πρέπει όμως να διευκρινιστεί ότι δεν είναι το άμεσο αποτέλεσμα αυτών των καταστάσεων και επιρροών» (Μαρκοβίτης & Τζουριάδου, 1991, Πόρποδας 1992).

Σημαντικά στοιχεία του ορισμού αυτού σύμφωνα με τον J. Torgesen (1994) είναι τα εξής:

(α) Η αναγνώριση του γεγονότος ότι ο όρος «Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες» (ΕΜΔ) αναφέρεται σε περισσότερους από έναν τύπους μαθησιακής

διαταραχής, πράγμα που σημαίνει ότι πιθανότατα χρειάζονται περισσότερες από μία θεωρίες για να περιγραφεί και να εξηγηθεί το φαινόμενο.

(β) Η υπόθεση ότι οι συγκεκριμένες δυσκολίες είναι εγγενείς, οφείλονται δηλαδή σε αδυναμίες του νευρολογικού υπόβαθρου της μάθησης, δηλαδή του εγκεφάλου. Αυτό σημαίνει ότι στις περιπτώσεις που υπάρχει αδυναμία ανταπόκρισης στις απαιτήσεις του σχολείου, χωρίς όμως να διαπιστωθεί η ύπαρξη νευρολογικών δυσλειτουργιών, δε δικαιολογείται η χρήση του όρου.

(γ) Η επισήμανση του γεγονότος ότι πρόκειται για καταστάσεις διαφορετικές από αυτές που προκαλούνται από άλλες συνθήκες νευρολογικής ανεπάρκειας, όπως π.χ. η νοητική υστέρηση, γεγονός που σημαίνει ότι η φύση των νευρολογικών δυσλειτουργιών θα πρέπει να ορίζεται καλά, προκειμένου να μην υπάρχουν παρανοήσεις.

Επίσης, ο παραπάνω περιγραφικός ορισμός του προβλήματος επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να κάνει με ακρίβεια τη διαφορική διάγνωση ανάμεσα σε μία ειδική μαθησιακή δυσκολία και σε άλλης φύσης συναφή ως προς τα αποτελέσματά τους προβλήματα μάθησης.

### **3.2 Χαρακτηριστικά παιδιών με ΕΜΔ**

Ας αναφέρουμε τώρα τα χαρακτηριστικά ενός παιδιού με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες (ΕΜΔ), όσον αφορά τη γενική εικόνα του μέσα στη σχολική αίθουσα. Ένας μαθητής λοιπόν με ΕΜΔ παρουσιάζει διαταραχές του λόγου και της ακοής, και πιο συγκεκριμένα πιθανά προβλήματα άρθρωσης, φτωχό λεξιλόγιο, αδυναμία ακουστικής διάκρισης. Παρουσιάζει δε συνήθως διαταραχές στην προσοχή του, εξαιτίας της δυσκολίας του μαθησιακού υλικού, καθώς και διαταραχές στη βραχύχρονη μνήμη και τη σκέψη που σχετίζεται με τον προγραμματισμό και την οργάνωση των ενεργειών που χρειάζονται για την επίλυση ενός προβλήματος. Επίσης, στερείται μεταγνωστικών ικανοτήτων και στρατηγικών προσέγγισης της μάθησης. Διακατέχεται από έλλειψη αντιληπτικό – κινητικού συντονισμού, συναισθηματική αστάθεια και μη προβλεψιμότητα, υπερβολική δραστηριότητα και παρορμητισμό, που τον οδηγεί σε λάθη. Έχει χαμηλή αυτοεκτίμηση και μειωμένα κίνητρα δράσης, γεγονός που τον οδηγεί σε νωχελικότητα, κυρίως όταν τον ενοχλεί το μαθησιακό αντικείμενο.

Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά, και ιδιαιτέρως αυτά που σχετίζονται με τη συμπεριφορά και το συναίσθημα, δημιουργούνται δευτερογενώς, δηλαδή ως συνέπεια των

αποτυχιών του μαθητή στον γνωστικό τομέα, και επηρεάζουν ολόκληρη τη ζωή του παιδιού.

Ας δούμε αναλυτικά ένα - ένα τα χαρακτηριστικά των παιδιών με ΕΜΔ που σχετίζονται κυρίως με τα μαθηματικά, και τις συνέπειες αυτών στη σχολική, και όχι μόνο, ζωή τους.

### **3.2.1 Αντιληπτικές δυσκολίες**

#### 3.2.1.1 Δυσκολίες αντίληψης μορφής – πλαισίου

Οι μαθητές με αυτού του είδους τη δυσκολία δεν μπορούν να επικεντρώσουν την προσοχή τους αποκλειστικά σε ένα συγκεκριμένο ερέθισμα, όταν αυτό παρουσιάζεται μέσα στα πλαίσια πολλών παρόμοιων ερεθισμάτων. Υπάρχει δηλαδή μεγάλη πιθανότητα μια σελίδα γεμάτη με ασκήσεις και προβλήματα να παρουσιάζει για τα παιδιά αυτά μεγάλη δυσκολία. Εδώ επίσης μπορεί να βρίσκεται και η βάση προβλημάτων όπως η μη ακριβής χρήση αριθμομηχανών, διότι ο μαθητής δυσκολεύεται να εντοπίσει συγκεκριμένα κουμπιά, ή η μη ακριβής ανάγνωση πολυψήφιων αριθμών.

#### 3.2.1.2 Δυσκολίες διάκρισης αντιληπτικών μορφών

Οι μαθητές με ΕΜΔ δε διακρίνουν σωστά σύμβολα, σχήματα και γενικότερα αντιληπτικές μορφές μέσω των οποίων μεταφέρονται αριθμητικές και ποσοτικές πληροφορίες, για παράδειγμα σύμβολα αριθμών και πράξεων, νομίσματα ή οι δείκτες του ρολογιού. Ως αποτέλεσμα τέτοιων δυσκολιών έχουμε, προφανώς, λανθασμένα εξαγόμενα αριθμητικών πράξεων, αφού ο μαθητής μπορεί να αντιλαμβάνεται έναν αριθμό στη θέση κάποιου άλλου, το σύμβολο μιας πράξης στη θέση κάποιου άλλου, ή να έχει βρει σωστό αποτέλεσμα με νοερούς υπολογισμούς, αλλά να γράφει άλλο.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι οι μαθητές που έχουν δυσκολίες διάκρισης αντιληπτικών μορφών συχνά αποδίδουν γραπτά τους μονοψήφιους αριθμούς αντίστροφα ή καθρεπτικά. Για παράδειγμα, μπορεί να γράψουν «ε» αντί για «3» και αντί για «6» μπορεί να γράψουν «9» ή «ρ». Το ίδιο βέβαια συμβαίνει και με τους διψήφιους αριθμούς, δηλαδή αντί για «25» ο μαθητής γράφει «52». Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι η προαναφερθείσα λέξη «αντί», για παράδειγμα στην περίπτωση «ε» αντί για «3», αναφέρεται στο τι θα έπρεπε ο μαθητής να γράφει είτε επειδή αυτό του προτείνεται ακουστικά, δηλαδή ο καθηγητής εκφωνεί τον αριθμό 3, είτε διότι το 3 είναι αποτέλεσμα νοερού του υπολογισμού κατά τη διάρκεια εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων. Η

αντιστροφή και η καθρεπτική απόδοση των αντιληπτικών μορφών και στην αριθμητική, αλλά και στη γλώσσα, είναι από τα πιο γνωστά προβλήματα των παιδιών με ΕΜΔ και θεωρούνται «σήμα κατατεθέν» για τη διάγνυσή τους.

### 3.2.1.3 Δυσκολίες χώρο - χρονικής οργάνωσης

Είναι σίγουρο πως από τις βασικότερες μαθηματικές δεξιότητες είναι η εκτέλεση αριθμητικών πράξεων και η επίλυση προβλημάτων. Οι δεξιότητες αυτές περιλαμβάνουν κάποιες απaráβατες σειρές ενεργειών στο χώρο και στο χρόνο και επηρεάζονται άμεσα όταν υπάρχουν δυσκολίες στο χειρισμό εννοιών όπως: πάνω – κάτω, δεξιά – αριστερά, μπροστά – πίσω, πριν – μετά. Η οργάνωση του χώρου είναι επίσης σημαντική στη γεωμετρία, στην αξία της θέσης κάθε ψηφίου στους πολυψήφιους αριθμούς, αλλά και στις αριθμητικές παραστάσεις της άλγεβρας. Τα παιδιά λοιπόν που αντιμετωπίζουν τέτοιου είδους δυσκολίες, ενδέχεται να εμφανίσουν αποτυχία στις εργασίες που σχετίζονται ανάλογα. Επίσης, μπορεί κατά τη διάρκεια του μαθήματος μέσα στη σχολική αίθουσα να χάσει τη σειρά του στη σελίδα που γράφει, ή αντιγράφει από τον πίνακα, ή να χρησιμοποιήσει λάθος αριθμό ερώτησης σε συγκεκριμένη απάντηση ενός θέματος. Στη γεωμετρία, είναι πιθανό να αδυνατεί να συσχετίσει ένα δισδιάστατο σχήμα με το αντίστοιχο τρισδιάστατο που αναπαριστά.

Οι αδυναμίες που έχουν να κάνουν με την οργάνωση του χώρου, επηρεάζουν και την οργάνωση της εργασίας που πρέπει να διεξαχθεί σε ένα φύλλο χαρτί, με αποτέλεσμα, για παράδειγμα, ακόμα και μία εύκολη φαινομενικά πράξη να αποτελεί απαιτητικό πεδίο. Ένας πολλαπλασιασμός διψήφων αριθμών ακολουθώντας τον τυπικό αλγόριθμο απαιτεί την κατακόρυφη ευθυγράμμιση των ψηφίων ανάλογα με τη θεσιακή τους αξία και τη σωστή πρόσθεση με ενδεχόμενη μεταφορά κρατούμενων για την εύρεση του σωστού αποτελέσματος. Οι μαθητές όμως που δυσκολεύονται στην οργάνωση του χώρου και του χρόνου, παρουσιάζουν σύγχυση προσανατολισμού. Δηλαδή, τοποθετούν αριθμούς σε λάθος στήλη κατά τη διάρκεια εκτέλεσης πράξεων, δυσκολεύονται στην κατανόηση της θεσιακής αξίας ενός ψηφίου, και γενικά αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες στην τήρηση της σωστής ακολουθίας ενεργειών κατά την εφαρμογή των αλγορίθμων. Αυτό συμβαίνει διότι τους προκαλείται σύγχυση από ασυνεπή σημεία των διαφόρων αλγορίθμων, για παράδειγμα ενώ στον πολλαπλασιασμό πρέπει να ξεκινήσει από δεξιά και να προχωρήσει προς τα αριστερά, στη διαίρεση πρέπει να ακολουθήσει την

αντίθετη πορεία. Όλα αυτά λοιπόν, αποτελούν μια «σκληρή» δοκιμασία για τους μαθητές με ΕΜΔ.

### **3.2.2 Αδυναμίες λεπτής κινητικότητας, οπτικής αντίληψης και οπτικο-κινητικού συντονισμού**

Οι μαθητές που παρουσιάζουν αυτού του είδους τις αδυναμίες, υστερούν σε δεξιότητες όπως η απαρίθμηση, η μέτρηση και η γραφή αριθμών, συμβόλων και όρων. Είναι προφανές ότι η αρνητική αυτή επίδραση σε τόσο θεμελιώδεις δεξιότητες οδηγεί τους μαθητές σε λανθασμένα αποτελέσματα πράξεων, αφού δεν τους επιτρέπει να χειριστούν χειροπιαστό υλικό με κατάλληλο τρόπο. Ενώ δηλαδή το παιδί γνωρίζει τι πρέπει να κάνει, αδυνατεί να το μεταφράσει σε σωστή κινητική δραστηριότητα.

Επίσης, οι μαθητές έχουν δυσκολίες στο να διακρίνουν τα διάφορα σύμβολα των αριθμητικών πράξεων, ιδίως αν αυτά έχουν σημειωθεί κάπως απρόσεχτα, καθώς και αριθμούς μεταξύ τους, όπως για παράδειγμα το 6 με το 9 ή το 3 με το 5. Ακόμη, μπορεί να τους προκαλέσει σύγχυση η παρουσίαση ενός φύλλου εργασίας ή μιας άσκησης, ειδικά αν είναι πυκνογραμμένη.

### **3.2.3 Δυσκολίες τήρησης ακολουθιών και ολοκλήρωσης**

Τα παιδιά που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία μαθησιακών δυσκολιών, παρουσιάζουν αδυναμίες στο συνδυασμό και στη σύνθεση επιμέρους πληροφοριών για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Δυσκολεύονται στην ταξινόμηση και στην ομαδοποίηση μαθηματικών αντικειμένων με κοινές ιδιότητες, στην κατασκευή συνόλων. Για παράδειγμα, δεν μπορούν να διακρίνουν άρτιους – περιττούς ή οποιαδήποτε άλλη ομαδοποίηση, και δυσκολεύονται στην ανάγνωση πολυψήφιων αριθμών, λόγω αποτυχίας στη λογική ομαδοποίηση των ψηφίων ανά τρία.

Στα μαθηματικά είναι σημαντικό να μπορεί κανείς να αναγνωρίζει τις γενικές μορφές συγκεκριμένων ακολουθιών και αλγόριθμων, αλλά και να θυμάται τα βήματα που πρέπει να διεξαχθούν, και αυτό συμβαίνει από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού, μέχρι τις τελευταίες του λυκείου. Οι μαθητές με δυσκολίες τήρησης ακολουθιών και ολοκλήρωσης, δεν μπορούν να συνεχίσουν καταμέτρηση από τυχαίο αριθμό, να πουν ποιος αριθμός ακολουθεί ή προηγείται δοσμένου αριθμού, να μετρήσουν ανά 2, 3 κ.ο.κ. και αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων, και ιδιαίτερα στην εύρεση της κατάλληλης πράξης. Μπορούν να θυμούνται σχετικά πιο εύκολα

ασφαλείς και οικείες ακολουθίες όπως 10, 20, 30, αλλά δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν παραλλαγές τους, όπως 13,23,33. Είναι προφανές ότι οι μαθητές αυτοί εμφανίζουν τρομερές αδυναμίες στην εκμάθηση του πίνακα της προπαίδειας, κυρίως των αριθμών 6, 7, 8. Τέλος, αντιμετωπίζουν προβλήματα στο να θυμηθούν τη σωστή σειρά των βημάτων που πρέπει να ακολουθήσουν όταν διεξάγουν έναν συγκεκριμένο αλγόριθμο, για παράδειγμα κατά την εκτέλεση ενός πολλαπλασιασμού πολυψήφων αριθμών ή μιας μεγάλης διαιρέσης.

### **3.2.4 Δυσκολίες προσληπτικού και εκφραστικού λόγου**

Εδώ οι μαθητές αντιμετωπίζουν προβλήματα στο να λάβουν (πρόσληψη) και να δώσουν (έκφραση) πληροφορίες μέσω της μαθηματικής γλώσσας. Στην πρώτη περίπτωση, οι μαθητές δυσκολεύονται να συνδέσουν μαθηματικούς όρους με το περιεχόμενό τους. Επομένως, όταν τους εκφωνείται μία άσκηση (π.χ. «βρες το άθροισμα») αδυνατούν να εκτελέσουν οδηγίες, αλλά και έννοιες που εκφράζονται με ποικιλία όρων (π.χ. και, συν, προσθέτω, βάζω) τους προκαλεί σύγχυση. Στη δεύτερη περίπτωση, τα παιδιά που παρουσιάζουν αδυναμίες στην έκφραση, δυσκολεύονται να επιλέξουν την κατάλληλη λέξη και άρα να πουν με την κατάλληλη μαθηματική ορολογία μια απάντηση που ήδη γνωρίζουν. Παιδιά με αυτού του είδους τη δυσκολία αποφεύγουν τις προφορικές απαντήσεις, ιδιαίτερα όταν πρέπει να δοθούν γρήγορα, και προτιμούν τις γραπτές ασκήσεις και αξιολογήσεις.

### **3.2.5 Αδυναμίες αφηρημένης σκέψης**

Εδώ αναφερόμαστε σε σημαντικές αδυναμίες στην κατανόηση εννοιών που παρουσιάζονται μέσω γραπτών συμβόλων, αλλά και στη χρήση γραπτών συμβόλων για την έκφραση μαθηματικών εννοιών. Τα παιδιά με αυτές τις αδυναμίες λειτουργούν πολύ καλύτερα σε επίπεδο χειραπτικών αντικειμένων ή εικόνων, γεγονός που μας δείχνει ότι τα προβλήματά τους έχουν να κάνουν με τον τρόπο αναπαράστασης και όχι με το αντικείμενο της γνώσης. Επίσης, τους είναι εξαιρετικά δύσκολο να εκτελέσουν νοερούς υπολογισμούς. Αξίζει να αναφέρουμε ότι οι αδυναμίες που σχετίζονται με την αφηρημένη σκέψη αποτελούν ένα από τα πλέον χαρακτηριστικά γνωρίσματα των παιδιών με ΕΜΔ, και ότι συχνά επιδεινώνονται από άστοχες διδακτικές επιλογές, όπως η επιμονή στην αποκλειστική χρήση συμβόλων κατά τη διδασκαλία (Αγαλιώτης, 2000).

### **3.2.6 Διαταραχές γνωστικού ύφους**

Με τον όρο «διαταραχές γνωστικού ύφους» εννοούμε τις δυσκολίες που σχετίζονται με την προσαρμογή σε νέες καταστάσεις. Πολλές φορές, οι μαθητές με τέτοιου είδους διαταραχές δρουν παρορμητικά κατά την εκτέλεση διαφόρων εργασιών ή για να απαντήσουν σε κάποια ερώτηση. Για παράδειγμα, σε ένα φύλλο εργασίας όπου απαιτείται η εκτέλεση διαφορετικών πράξεων ο μαθητής να επαναλαμβάνει την ίδια πράξη, παρόλο που έχει διακρίνει τα διαφορετικά σύμβολα.

### **3.2.7 Ανεπαρκείς γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές**

Τα παιδιά με ΕΜΔ συχνά διαθέτουν ανεπαρκείς γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές. Με τον όρο γνωστικές στρατηγικές εννοούμε τους τρόπους επεξεργασίας των πληροφοριών, ενώ οι μεταγνωστικές στρατηγικές αναφέρονται στα κριτήρια επιλογής, στον έλεγχο και στην αναθεώρηση των γνωστικών στρατηγικών. Η ανεπάρκεια γνωστικών και μεταγνωστικών στρατηγικών που συχνά χαρακτηρίζει τα παιδιά με ΕΜΔ, δεν τους επιτρέπει να οργανώσουν τις πληροφορίες, να επιλέξουν τις κατάλληλες διαδικασίες ανάλογα με την περίπτωση και τις εκάστοτε ανάγκες, να ελέγξουν την ορθότητα των ενεργειών τους, ή ακόμη, να εκτιμήσουν τις δυνατότητές τους. Γενικά, δεν γνωρίζουν πώς να συντονίζουν τις δυνάμεις τους για να πετύχουν ένα στόχο, ή, πιο απλά, δεν γνωρίζουν πώς να μαθαίνουν (Αγαλιώτης, 2000). Η ανεπάρκεια στην οποία αναφερόμαστε έχει να κάνει κυρίως με το είδος και την ποιότητα των στρατηγικών. Ενώ δηλαδή τα παιδιά αυτής της κατηγορίας προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν κάποιες στρατηγικές, οι επιλογές τους δεν είναι ούτε επαρκείς, ούτε κατάλληλες (Swanson, 1993).

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφέρουμε ότι ο κάθε μαθητής έχει το δικό του γνωστικό τύπο, δηλαδή τρόπο να μαθαίνει. Για να επιτύχει κανείς στα μαθηματικά, θα πρέπει να είναι ευέλικτος όσον αφορά αυτόν τον τομέα, σύμφωνα με τον Krutetskii (1976). Εάν ο γνωστικός τύπος ενός μαθητή καθοριστεί μονόπλευρα και σε αυστηρά και στενά όρια, τότε ο μαθητής αυτός κινδυνεύει με αποτυχία, διότι αν και ο εκάστοτε καθηγητής του δεν είναι ευέλικτος, τότε ο μαθητής δε θα είναι σε θέση να τον κατανοήσει. Το συγκεκριμένο θέμα σε σχέση με τη διδασκαλία και τη μάθηση στα μαθηματικά, επισημαίνεται από τον Cockcroft (1982), που λέει ότι: «Γνωρίζουμε ότι υπάρχουν καθηγητές που θα ήθελαν να συστήσουμε ένα

συγκεκριμένο τρόπο για τη διδασκαλία των μαθηματικών, αλλά δεν πιστεύουμε ότι κάτι τέτοιο είναι ούτε επιθυμητό, ούτε δυνατό».

### **3.2.8 Μνημονικά προβλήματα**

#### 3.2.8.1 Βραχύχρονη και εργαζόμενη μνήμη

Η φτωχή βραχύχρονη και εργαζόμενη μνήμη μπορεί να δημιουργήσει διαφορών ειδών δυσκολίες και να έχει ισχυρή επίδραση στο πώς ένας μαθητής επεξεργάζεται τους αριθμούς. Η ελλειμματική βραχύχρονη μνήμη συνήθως συνδέεται με ελλείψεις και στη μακρόχρονη μνήμη και έτσι προκύπτουν σοβαρά προβλήματα στην εργαζόμενη μνήμη. Αρκεί, για παράδειγμα, να αναλογιστεί κανείς πόσο σκληρά θα πρέπει να εργαστούν και να συνεργαστούν η βραχύχρονη και η μακρόχρονη μνήμη, για να υπολογίσει ένας μαθητής νοερά το άθροισμα δύο διψήφιων αριθμών με χρήση κρατούμενου. Επίσης, κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης πράξεων μεταξύ πολυψήφιων αριθμών, μπορεί να ξεχάσει κάποιο αλγοριθμικό βήμα. Τέλος, η φτωχή βραχύχρονη μνήμη αποτελεί προφανώς πρόβλημα και όσον αφορά τους νοερούς υπολογισμούς, αλλά και τις γραπτές εργασίες.

#### 3.2.8.2 Μακρόχρονη μνήμη

Αυτού του είδους τα προβλήματα έχουν ως αποτέλεσμα τον πολύ αργό ρυθμό προόδου του μαθητή σε θέματα όπως η αυτοματοποιημένη χρήση των βασικών αριθμητικών δεδομένων, παρά την κατανόηση της έννοιας των σχετικών πράξεων. Αναφερόμαστε δηλαδή σε μία από τις πιο συνηθισμένες και διαδεδομένες μεθόδους «φόρτωσης πληροφοριών» στον εγκέφαλο των μαθητών που είναι η αποστήθιση, και αποτελεί τον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί διδάσκουν θεμελιώδη γνωστικά αντικείμενα, όπως οι συλλαβές στην ανάγνωση, οι απεικονίσεις των αριθμών σε αντιστοιχία με την αξία τους, και ο πίνακας της προπαίδειας. Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί είναι αρκετά επίμονοι όσον αφορά τη μέθοδο αυτή, και το ίδιο συμβαίνει και με τους περισσότερους γονείς (Hackett, 1996). Οι μαθητές όμως με ΕΜΔ αντιμετωπίζουν σοβαρά προβλήματα και δυσκολίες όταν χρειαστεί να αντλήσουν πληροφορίες και, πολύ περισσότερο, να μάθουν τόσο βασικά εργαλεία, όπως οι πίνακες (Pritchard et al., 1989; Chinn, 1995a).

Τέλος, η φτωχή μακροπρόθεσμη μνήμη εμποδίζει τη λειτουργία και άλλων τομέων των μαθηματικών, όπως την ανάκληση αλγορίθμων για την εκτέλεση πράξεων και την επίλυση εξισώσεων.

### 3.2.8.3 Προβλήματα μνήμης ακολουθιών

Πολλές από τις μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες απαιτούν την ικανότητα συγκράτησης αρκετών γνωστικών στοιχείων σε συγκεκριμένη σειρά. Παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων είναι οι αλγόριθμοι, τα προβλήματα πολλών πράξεων, το να πει κανείς την ώρα ή η μέτρηση χρημάτων. Τα παιδιά με ιδιαίτερες αδυναμίες στη μνήμη ακολουθιών παραλείπουν κάποια από τα αναγκαία στάδια ή βήματα κατά την εφαρμογή των εννοιών και των δεξιοτήτων, με αποτέλεσμα η εργασία τους να είναι ελλιπής ή ημιτελής.

### **3.2.9 ΕΜΔ και Μαθηματικά**

Οι μαθητές με ΕΜΔ στα μαθηματικά, παρόλο που γενικά συνιστούν μια ετερογενή ομάδα, φαίνεται πως έχουν πολλές αδυναμίες όσον αφορά στις θεμελιώδεις αρχές της αριθμητικής, και αυτό αποτελεί ένα από τα πιο κοινά τους χαρακτηριστικά (Geary, 1994; Greene, 1999). Δεν έχει ακόμη διευκρινιστεί εάν οι αδυναμίες αυτές οφείλονται σε δυσκολία στο μαθηματικό τρόπο σκέψης, ή σε δυσκολία στους μαθηματικούς υπολογισμούς (Robinson et al., 2002). Οι έρευνες έχουν δείξει ότι οι μαθητές με ΕΜΔ στα μαθηματικά παρουσιάζουν εικόνα μικρότερης τάξης από αυτή που φοιτούν, κατά τη διάρκεια της σχολικής τους ζωής, και όσον αφορά τις τέσσερις βασικές πράξεις. Συγκεκριμένα, για παράδειγμα, ενώ στη τρίτη τάξη του δημοτικού έχουν τις βασικές ικανότητες στην πρόσθεση και την αφαίρεση και τις στοιχειώδεις στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση, στη δευτέρα γυμνασίου η εικόνα που εμφανίζουν στη διαίρεση είναι αντίστοιχη με εκείνη των παιδιών της πέμπτης δημοτικού (Cawley et al., 2001).

Το 1982 οι McLeod & Armstrong εξετάζοντας τις περιπτώσεις 114 εκπαιδευτικών ειδικής αγωγής, αναγνώρισαν έξι τομείς των μαθηματικών στους οποίους οι μαθητές με ΕΜΔ παρουσιάζουν τις μεγαλύτερες αδυναμίες. Αυτοί περιλαμβάνουν τις βασικές ιδιότητες και λειτουργίες των κλασμάτων, των δεκαδικών και των ποσοστών, τις διαιρέσεις πολυψήφιων ακέραιων, την ορολογία των κλασμάτων και τον πολλαπλασιασμό πολυψήφιων ακέραιων.

Οι δεξιότητες που έχουν να κάνουν με υπολογισμούς πράξεων μεταξύ μονοψήφιων ακέραιων αποτελούν αναγκαία συνθήκη για τη εκτέλεση πιο πολύπλοκων πράξεων και επομένως παράγοντες όπως η ακρίβεια και η ταχύτητα καθίστανται πολύ σημαντικοί. Οι σχετικές έρευνες δείχνουν ότι οι μαθητές με ΕΜΔ χρειάζονται περισσότερο χρόνο από τους συνομήλικούς τους

για τη επίλυση απλών προβλημάτων πρόσθεσης. (Goldman et al., 1988; Hamann & Ashcraft, 1985).

Τα παιδιά που δεν αντιμετωπίζουν ΕΜΔ, παράλληλα με την ανάπτυξή τους, περνούν από τη στρατηγική της μέτρησης των αριθμών, στη στρατηγική της ανάκλησης για την εκτέλεση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, και κατ' επέκταση και του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Το γεγονός αυτό δεν αποτελεί απλώς την αντικατάσταση της μιας στρατηγικής από μια άλλη. Για κάποιο διάστημα συνυπάρχουν ποικίλες στρατηγικές οι οποίες χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα, ώσπου τελικά αυτή της ανάκλησης να κυριαρχήσει ως επιλογή. Οι μαθητές όμως με ΕΜΔ δε χρησιμοποιούν συχνά την ανάκληση και συνεχίζουν να βασίζονται σε στρατηγικές μέτρησης. Επιπροσθέτως, όταν χρησιμοποιούν στρατηγικές ανάκλησης, είναι πιο επιρρεπείς σε λάθος απάντηση σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές (Geary et al., 1987).

Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με ΕΜΔ όσον αφορά τους αριθμούς καθορίζονται από την έλλειψη ακρίβειας κατά τη διεξαγωγή απλών αριθμητικών πράξεων με αυτούς. Άλλωστε, αυτό είναι το πρώτο σημαντικό γνώρισμα που τους ξεχωρίζει από τους υπόλοιπους συμμαθητές τους. Θα πρέπει λοιπόν να εστιάσουμε στη βάση του προβλήματος αυτού (Dockrell & McShane, 1992).

Πιο πρόσφατες έρευνες (Bryant, Bryant, & Hammill, 2000), δείχνουν ότι οι μαθητές με ΕΜΔ συναντούν δυσκολίες όταν έχουν να επιλύσουν προβλήματα με πολλά βήματα, όταν έχουν να διαχειριστούν κρατούμενα ή δανεισμό ψηφίων, δεν μπορούν να ανακαλέσουν στη μνήμη τους αυτόματα τις ιδιότητες των αριθμών και πολλές φορές δίνουν απαντήσεις που φαινομενικά δεν έχουν λογική αιτιολόγηση.

Οι Calhoon, Emerson, Flores, & Houchins το 2007, εξέτασαν την υπολογιστική ευχέρεια, όσον αφορά τις τέσσερις βασικές πράξεις, των μαθητών γυμνασίου και λυκείου με ΕΜΔ, οι οποίοι, ενώ καλούνται να μάθουν μαθηματικά πιο υψηλού επιπέδου, όπως επίλυση προβλήματος, επίλυση αλγεβρικής εξίσωσης ή γεωμετρική απόδειξη, πολλές φορές κάνουν λάθη στην απλή εκτέλεση των πράξεων. Αξίζει να αναφέρουμε μερικά από τα αποτελέσματα που έχουν σχέση με την πράξη του πολλαπλασιασμού, ούτως ώστε να διαπιστώσουμε απτά τα προβλήματα που δημιουργούνται λόγω του συγκεκριμένου ζητήματος στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Λιγότεροι από τους μισούς μαθητές, οι οποίοι φοιτούσαν στην τρίτη γυμνασίου, και πρώτη έως και τρίτη λυκείου, απάντησαν σωστά σε ασκήσεις πολλαπλασιασμού με μονοψήφιο και με διψήφιο αριθμό. Η πιο εμφανής αιτία για το γεγονός αυτό θα λέγαμε ότι είναι η αδυναμία των μαθητών με ΕΜΔ να μάθουν τον πίνακα της προπαίδειας. Αυτό λοιπόν μοιάζει να δικαιώνει εν μέρει τους Lombardo & Drabman (1985), οι οποίοι διατείνονται ότι «όταν οι μαθητές δε γνωρίζουν την προπαίδεια, η πρόοδός τους στην αριθμητική σταματά».

Μία άλλη πιθανή αιτία για το μικρό αυτό ποσοστό, είναι ότι ο πολλαπλασιασμός δεν αρκείται στις λιγότερο αποτελεσματικές και φτωχές στρατηγικές ανάκλησης που οι μαθητές με ΕΜΔ χρησιμοποιούν στις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Τα παιδιά που δεν αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες, κατά τη διάρκεια της μάθησης της εκτέλεσης του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού με περισσότερα ψηφία, αφού έχουν μάθει τον πίνακα της προπαίδειας, μεταβαίνουν από τις στρατηγικές καταμέτρησης, στις στρατηγικές ανάκλησης από τη μνήμη τους (Ashcraft & Fierman, 1982). Τα παιδιά με ΕΜΔ όμως, ακόμη και να έχουν μάθει την προπαίδεια, μπορεί να μην καθίστανται ικανά για ένα τέτοιο γνωστικό άλμα, και επομένως, δεν μπορούν να αποκτήσουν ευχέρεια στη μάθηση της εκτέλεσης της πράξης του πολλαπλασιασμού. Οι Siegler & Jenkins (1989) μάλιστα, βρήκαν ότι ακόμα και αφού οι μαθητές με ΕΜΔ κατακτήσουν πιο αποτελεσματικές και ώριμες στρατηγικές, τείνουν να μένουν προσκολλημένοι στις παλιές και ανώριμες στρατηγικές καταμέτρησης. Σε αυτήν την περίπτωση, οι μαθητές χρειάζονται πολύ περισσότερο χρόνο σε σχέση με τους υπόλοιπους συμμαθητές τους.

Πάντως, σε όποια από τις δύο παραπάνω κατηγορίες και να ανήκει ένας μαθητής, είναι βέβαιο πως στερείται επιτυχίας στην εκτέλεση του πολλαπλασιασμού με ταχύτητα και ευχέρεια.

Τα παιδιά με ΕΜΔ παρουσιάζουν κοινές δυσκολίες με τα άλλα παιδιά, αλλά σε εντονότερο βαθμό, ή χρησιμοποιούν τις ίδιες τεχνικές με πολύ διαφορετικό και συνήθως αναποτελεσματικό τρόπο. Τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν πιο πάνω εμφανίζονται σε ποικιλία συνδυασμών, βαθμών και τύπων. Το γεγονός αυτό δυσκολεύει την οργανωμένη μελέτη και, προφανώς την αποτελεσματική αντιμετώπισή τους. Οι ερευνητές, προσπαθώντας να ξεπεράσουν το πρόβλημα αυτό, συγκεντρώνουν την προσοχή τους σε κατηγορίες και τύπους ΕΜΔ που συγκροτούνται με βάση τη σχετικά σταθερή συνύπαρξη κάποιων χαρακτηριστικών. Αυτή η συνύπαρξη οδηγεί συνήθως σε

ένα κοινό μαθησιακό προφίλ, που με τη σειρά του επιτρέπει τη χρήση ενός συγκεκριμένου όρου. Τέτοιες κατηγορίες ΕΜΔ είναι η *Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία στην Αναγνωστική Αποκωδικοποίηση (Δυσλεξία)* και η *Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία στην Αριθμητική (Δυσαριθμησία)*, στις οποίες θα αναφερθούμε εκτενέστερα παρακάτω.

### **3.3 Δυσλεξία**

#### **3.3.1 Ορισμοί**

Το πρώτο επιστημονικό άρθρο που περιγράφει ένα δυσλεκτικό παιδί γράφτηκε το 1896. Πιο κάτω αναφέρουμε τους πιο πρόσφατους σχετικά ορισμούς της δυσλεξίας.

Το 1968 η Παγκόσμια Ομοσπονδία Νευρολογίας όρισε τη δυσλεξία ως εξής: *Μία διαταραχή που εκδηλώνεται μέσω δυσκολιών στην εκμάθηση της ανάγνωσης, παρά την ύπαρξη τυπικής διδασκαλίας, ικανής νοημοσύνης και ίσων κοινωνικο – πολιτισμικών ευκαιριών. Είναι αλληλένδετη με θεμελιώδεις γνωστικές δυσκολίες.*

Σύμφωνα με τη Βρετανική Ένωση Δυσλεξίας, η δυσλεξία θεωρείται ως «*μια ειδική δυσκολία σε έναν ή περισσότερους από τους τομείς της ανάγνωσης, της ορθογραφίας και της γραπτής έκφρασης, που μπορεί να συνοδεύεται από δυσκολίες στην εργασία με αριθμούς, στη βραχυπρόθεσμη μνήμη, στην τήρηση ακολουθιών, στην ακουστική και/ή οπτική πρόσληψη και στις κινητικές δεξιότητες. Η κατάσταση συνδέεται τυπικά με την κατάκτηση και χρήση της γραπτής γλώσσας – αλφαβητική, μαθηματική και μουσική*» (Augur, 1993).

Ο όρος «δυσλεξία» αναφέρεται σε μια ομάδα ΕΜΔ που έχει ως κύριο διακριτό χαρακτηριστικό τις ιδιαιτερότητες στην επεξεργασία της γλώσσας και, πιο συγκεκριμένα, τις δυσκολίες της μετάφρασης της γλώσσας σε σκέψη κατά την ακρόαση και την ανάγνωση, και της σκέψης σε γλώσσα κατά τη γραφή και την ομιλία (International Dyslexia Association, 1996).

#### **3.3.2 Γενικά χαρακτηριστικά**

Σύμφωνα με τον Thomson (1991), ορισμένα από τα χαρακτηριστικά που συγκροτούν το γενικό μαθησιακό προφίλ των παιδιών με δυσλεξία είναι τα εξής:

- Ένα ανεξήγητο χάσμα μεταξύ ικανοτήτων χρήσης του γραπτού λόγου και γενικής νοημοσύνης
- Προσθαφαιρέσεις και αντιστροφές γραμμάτων, συλλαβών και λέξεων κατά την ανάγνωση και τη γραφή

- Σύγχυση γραμμάτων που μοιάζουν ακουστικά ή οπτικά κατά την ανάγνωση και τη γραφή
- Δυσκολία στην έκφραση ιδεών σε γραπτή μορφή
- Δυσκολίες όσον αφορά τον προσανατολισμό στο χώρο
- Αδύναμη βραχυπρόθεσμη μνήμη και μνήμη ακολουθιών
- Δυσκολία στην προφορική επανάληψη πολυσύλλαβων λέξεων

### **3.3.3 Δυσλεξία και μαθηματικά**

Παρόλο λοιπόν που έχουν περάσει περισσότερα από εκατό χρόνια από τότε που περιγράφηκε το πρώτο δυσλεκτικό παιδί, σχετικά πρόσφατα οι διάφοροι ορισμοί της δυσλεξίας περιλαμβάνουν δυσκολίες στα μαθηματικά, που συχνά αποκαλούνται δυσκολίες στην αριθμητική, να συνυπάρχουν με τις δυσκολίες στη γλώσσα. Οι Miles & Miles το 1992 γράφουν στο βιβλίο τους *Δυσλεξία και Μαθηματικά*: Η κεντρική ιδέα του παρόντος βιβλίου είναι ότι οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με δυσλεξία στα μαθηματικά αποτελούν εκδηλώσεις των ίδιων περιορισμών που επηρεάζουν την ανάγνωση και τη φωνολογική ενημερότητα.

Τα μαθηματικά έχουν δική τους γλώσσα και σύμβολα, κάτι που προκαλεί περισσότερα προβλήματα στα παιδιά με δυσλεξία, των οποίων οι δεξιότητες σε σχέση με τη γλώσσα είναι γενικά αδύναμες. Το ζήτημα γίνεται πιο πολύπλοκο δε, αν κανείς λάβει υπόψη του ότι το ίδιο σύμβολο μπορεί να έχει περισσότερα από ένα ονόματα. Για παράδειγμα το σύμβολο  $+$  σημαίνει συν, και, πρόσθεση, άθροισμα, περισσότερο, κέρδος, θετικός (Henderson, 1989).

Η επίδραση της δυσλεξίας στη μάθηση των μαθηματικών, σύμφωνα με τη Joffe (1990) είναι σαφής και προκαλείται από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά με την αποκωδικοποίηση του συμβολικού συστήματος των γραμμάτων. Ως τέτοιες δυσκολίες αναφέρονται οι εξής:

(α) *Η δυσκολία στη σύνδεση διαφόρων όρων με το περιεχόμενο και τις συμβολικές τους αναπαραστάσεις*, η οποία προκαλεί σύγχυση στην ανάκληση του αντίστοιχου αριθμητικού συμβόλου με το λεκτικό του άκουσμα, στη γραφή και την ανάγνωση αριθμών με ίδια ψηφία, όπως π.χ. το 45 και το 54, και γενικότερα εμποδίζει το μαθητή να παρακολουθήσει το μάθημα, αν σε αυτό γίνεται εκτεταμένη χρήση μαθηματικής ορολογίας.

(β) *Η δυσκολία στην αφαιρετική λειτουργία*, όσον αφορά σχέσεις, γενικά χαρακτηριστικά και δομές οργάνωσης, στα πλαίσια συστημάτων όπως αυτό των αριθμών. Η ελλιπής αυτή αντίληψη έχει ως αποτέλεσμα να υπάρχουν

δυσκολίες με έννοιες όπως οι ιδιότητες των πράξεων, η αντίστροφη μέτρηση, οι προσθέσεις με κρατούμενο και οι αφαιρέσεις με δανεισμό, και η κατανόηση και εκμάθηση των πινάκων της προπαίδειας.

(γ) *Η δυσκολία στη μεταφορά μάθησης από τη μια κατάσταση στην άλλη*, λόγω της οποίας τα παιδιά με δυσλεξία αντιμετωπίζουν προβλήματα σε ό,τι σχετίζεται με αναγωγή ενός συστήματος σε ένα άλλο, ανάλογο, ή μετατροπή μονάδων μέτρησης.

(δ) *Η δυσκολία με τη βραχυπρόθεσμη μνήμη*, η οποία αποτελεί θεμελιώδη αδυναμία των μαθητών με δυσλεξία. Επιδρά αρνητικά σε οποιαδήποτε προσπάθεια απομνημόνευσης αριθμητικών δεδομένων, όρων, κανόνων και τεχνικών και γενικά υπονομεύει οποιαδήποτε εργασία με αριθμούς.

Όσον αφορά συγκεκριμένες περιοχές της αριθμητικής και πιο ειδικά διδακτικά αντικείμενα, οι σχετικές έρευνες δείχνουν ότι οι τέσσερις πράξεις αποτελούν μια ιδιαίτερα δύσκολη περιοχή για τους δυσλεξικούς, καθώς προϋποθέτουν σαφή αντίληψη και διάκριση των σχετικών συμβόλων, ικανότητα αλλαγής κατεύθυνσης δραστηριοτήτων, κυρίως στην κατακόρυφη διάταξη των αριθμών, καλή μνήμη για τη σωστή εκτέλεση των αλγόριθμων και καλή χωρική αντίληψη. (Joffe, 1983; Thomson, 1991; Miles, 1992; Chinn & Ashcroft; 1998).

### **3.4 Δυσαριθμησία**

#### **3.4.1 Ορισμοί**

Διάφοροι ορισμοί έχουν δοθεί για την περιγραφή της Δυσαριθμησίας. Μερικοί από τους από τους πιο αντιπροσωπευτικούς ορισμούς που συναντώνται στη βιβλιογραφία είναι οι παρακάτω:

Ο Gerstmann (1957, όπως αναφέρεται από τον Kosc, 1974) περιγράφει τη δυσαριθμησία (Gersmann syndrome) ως μία *«μεμονωμένη δυσκολία στην εκτέλεση απλών ή σύνθετων αριθμητικών πράξεων και μια βλάβη προσανατολισμού στην αλληλουχία των αριθμών και των κλασμάτων τους»*.

Πρωτοπόρος ερευνητής στον τομέα των Ειδικών Μαθησιακών Δυσκολιών και κυρίως των δυσκολιών στην αριθμητική, υπήρξε ο Τσέχος νευροψυχολόγος Kosc (1974), που όρισε την Αναπτυξιακή δυσαριθμησία με έναν ορισμό που χρησιμοποιείται ευρέως μέχρι και σήμερα, ως εξής: *«Αναπτυξιακή δυσαριθμησία είναι μία δομική διαταραχή των μαθηματικών ικανοτήτων, που έχει τις ρίζες της σε μια γενετική ή εκ γενετής διαταραχή εκείνων των τμημάτων του εγκεφάλου που είναι τα άμεσα ανατομικο-φυσιολογικά υποστρώματα της ωρίμανσης των*

*μαθηματικών ικανοτήτων, ανάλογα με την ηλικία, χωρίς μια ταυτόχρονη διαταραχή της γενικής νοητικής λειτουργίας».*

Ο Kosc επίσης διέκρινε έξι βασικές μορφές δυσαριθμίας: τη *λεκτική*, που εκδηλώνεται με τη δυσκολία κατανόησης και χρήσης των μαθηματικών όρων και την αδυναμία λεκτικής απόδοσης των μαθηματικών σχέσεων, την *πρακτογνωστική*, που έχει να κάνει με τη δυσκολία μαθηματικού χειρισμού πραγματικών αντικειμένων και εικόνων, τη *λεξιλογική* και τη *γραφολογική*, που εκδηλώνονται με την αδυναμία αναγνώρισης και γραπτής απόδοσης αντίστοιχα, μαθηματικών συμβόλων. Επίσης, την *ιδεογνωστική*, η οποία σχετίζεται με τη δυσκολία κατανόησης των μαθηματικών ιδεών και σχέσεων, και τη *λειτουργική*, που αναφέρεται στην αδυναμία εκτέλεσης των μαθηματικών πράξεων.

Η μαθησιακή δυσκολία στα μαθηματικά περιγράφεται με ανάλογο τρόπο και στο εγχειρίδιο ICD-10 της Παγκόσμιας Οργάνωσης Υγείας (1995). Εκεί αναφέρεται ότι *«η ειδική διαταραχή των μαθηματικών ικανοτήτων περιλαμβάνει τη σαφή βλάβη των αριθμητικών ικανοτήτων η οποία δεν ερμηνεύεται μεμονωμένα στη βάση της νοητικής υστέρησης ή της σχολικής ανεπάρκειας. Το έλλειμμα αφορά τον έλεγχο των βασικών υπολογιστικών ικανοτήτων της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης σε αντίθεση με τις περισσότερες θεωρητικές μαθηματικές ικανότητες που απαιτούνται στην άλγεβρα, τριγωνομετρία, γεωμετρία ή μαθηματική ανάλυση».*

### **3.4.2 Χαρακτηριστικά μαθητών με δυσαριθμσία**

Η πρώτη γενική περιγραφή του φαινομένου είχε δοθεί το 1967, από τους Johnson & Myklebust, σύμφωνα με τους οποίους τα παιδιά με δυσαριθμσία παρουσιάζουν γενικά αδυναμίες στην οπτικο-χωρική αντίληψη και οργάνωση, διαταραγμένη εικόνα σώματος, δυσκολίες στον οπτικο-κινητικό συντονισμό, μέχρι και δυσγραφία, και έλλειψη κοινωνικής ενσυναίσθησης, δηλαδή ικανότητας για εκτίμηση κοινωνικών καταστάσεων και αντίληψη των συναισθημάτων των άλλων. Επίσης, συνήθως εμφανίζουν υψηλό αναγνωστικό επίπεδο, με την έννοια της αποκωδικοποίησης γραπτών συμβόλων, αλλά περιορισμένη κατανόηση κειμένου. Οι ακουστικές τους ικανότητες είναι καλές και παρουσιάζουν πρώιμη ομιλία, καθώς και υψηλότερες επιδόσεις στα λεκτικά, παρά στα μη λεκτικά μέρη των τεστ. Όσον αφορά τις καθαρά μαθηματικές δεξιότητες, αντιμετωπίζουν σοβαρά προβλήματα και σε διάφορους βαθμούς, στους παρακάτω τομείς:

- Σχηματισμός αντιστοιχίσεων ένα προς ένα
- Σύνδεση των συμβόλων των αριθμών με τις ποσότητες τις οποίες αντιπροσωπεύουν, καθώς και των ακουστικών και οπτικών συμβόλων των αριθμών
- Κατανόηση της τακτικής και της απόλυτης διάστασης των αριθμών, των σχέσεων μέρους – όλου και της έννοιας της διατήρησης της ποσότητας
- Κατανόηση της σημασίας της συγκεκριμένης θέσης και ακολουθίας των αριθμητικών ψηφίων στο χώρο
- Κατανόηση και διάκριση των συμβόλων των πράξεων, καθώς και εκτέλεση αυτών
- Συγκράτηση και χρήση αλγόριθμων
- Μειρήσεις μεγεθών, ποσοτήτων, όγκων
- Ανάγνωση χαρτών και γραφικών παραστάσεων
- Εκπόνηση σχεδίων για την επίλυση προβλημάτων

Ακολούθησαν αρκετοί ερευνητές που μελέτησαν το ζήτημα της μαθησιακής αυτής δυσκολίας, όπως η Farnham-Diggory, (1978), οι Spellacy & Peter (1978), η Badian (1983), και πρότειναν ποικίλες κατηγοριοποιήσεις. Το 1997 ο Newman συνόψισε τα αποτελέσματα διαφόρων ερευνών σχετικών με τη δυσαριθμησία, και κατέληξε σε μια γενική εικόνα ενός μαθητή που αντιμετωπίζει αυτή τη μαθησιακή δυσκολία. Τα περισσότερα χαρακτηριστικά που αναφέρει μοιάζουν με αυτά των Johnson & Myklebust πιο πάνω. Θα αναφέρουμε μερικά, όπως δυσκολίες με το χρόνο, τον προσανατολισμό, τη χρήση χρημάτων, το σχηματισμό εσωτερικής νοητικής αναπαράστασης αναλογικών ρολογιών, χαρτών και τοποθεσιών. Όσον αφορά λίγο πιο συγκεκριμένα τα μαθηματικά αντικείμενα, παρουσιάζονται παραλείψεις, προσθέσεις, αντιμεταθέσεις και αντικαταστάσεις κατά τη γραφή και την ανάγνωση αριθμών, φτωχή ικανότητα εκτέλεσης πράξεων γραπτά και νοερά, αδυναμία κατανόησης και ανάκλησης μαθηματικών εννοιών, μεγάλη δυσκολία στην απομνημόνευση βασικών αριθμητικών δεδομένων.

### **3.5 Συναισθηματικά προβλήματα**

Αυτό που υπερκαλύπτει σε σημαντικότητα όλες τις προαναφερθείσες επιμέρους δυσκολίες που (κάποιες από αυτές ή όλες) αντιμετωπίζει ένας μαθητής με ΕΜΔ, είναι η χαμηλή του αυτοεκτίμηση και η ανησυχία που του προκαλεί το μάθημα των μαθηματικών (Buxton, 1981). Τα συναισθηματικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν συνήθως τα παιδιά με ΕΜΔ θεωρούνται κατά κύριο λόγο αποτέλεσμα των επανειλημμένων αποτυχιών τους. Τα προβλήματα αυτά μπορεί να εμφανίζονται με τη μορφή αρνητικής στάσης προς το μάθημα, ιδιαίτερου άγχους, ή ακόμη και φοβίας.

Για να σταματήσει αυτού του είδους η αντιμετώπιση, θα πρέπει να λείψουν από το σχολικό περιβάλλον πεποιθήσεις όπως «τα μαθηματικά προβλήματα έχουν μόνο έναν τρόπο επίλυσης», ή «μόνο οι διάνοιες μπορούν να ασχοληθούν και να δημιουργήσουν μαθηματικά». Τέτοιες απόψεις, σύμφωνα με τους Mtetwa & Garofalo (1989), παρατείνουν το άγχος και το κάνουν μόνιμο, καθότι υποχρεώνουν όλους να κινηθούν περιορισμένοι σε στενά όρια και χωρίς ύπαρξη ευελιξίας ώστε να απολαύσουν επιτυχία στα μαθηματικά. Έτσι, όλο αυτό γίνεται ένας ατελείωτος φαύλος κύκλος: αποτυχία – άγχος – χαμηλή αυτοεκτίμηση – παραίτηση – περισσότερη αποτυχία – περισσότερο άγχος - κ.ο.κ. (Chinn & Ashcroft, 1998).

### **3.6 Εκπαιδευτικές δομές για μαθητές με ΜΔ**

Μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1970 δεν υπήρχε ιδιαίτερη μέριμνα για τους μαθητές με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες ήπιας μορφής (μαθησιακές δυσκολίες). Από τις αρχές της επόμενης, ξεκίνησαν να λειτουργούν τα πρώτα Τμήματα Ένταξης στα δημοτικά σχολεία, με στόχο τη στήριξη των μαθητών που αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες, κυρίως στα μαθήματα της γλώσσας και των μαθηματικών. Τα ΤΕ λειτουργούσαν μέσα στα σχολεία, αλλά σε ξεχωριστές τάξεις και δίδασκαν ειδικά καταρτισμένοι εκπαιδευτικοί. Αργότερα, ξεκίνησε και ο θεσμός της παράλληλης στήριξης του μαθητή μέσα στην «κανονική» τάξη, όπου συνυπήρχαν ο δάσκαλος γενικής αγωγής με εκείνον της ειδικής.

Ενώ όμως τα ΤΕ και η παράλληλη στήριξη λειτουργούν στα πλαίσια της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης εδώ και περίπου τριάντα χρόνια, οι θεσμοί αυτοί εισήχθησαν στις δομές της δευτεροβάθμιας, τα τελευταία οχτώ χρόνια. Αξίζει να σημειώσουμε ότι για το αν θα λειτουργήσει ή όχι τμήμα ένταξης σε κάποιο σχολείο αποφασίζει ο διευθυντής και ο σύλλογος διδασκόντων, εφόσον υπάρχει

σχετική ανάγκη, δηλαδή εφόσον φοιτούν στο σχολείο μαθητές που έχει διαγνωστεί ότι αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες.

Οι μέχρι σήμερα αδυναμίες επικεντρώνονται κυρίως σε θέματα οργάνωσης του σχολείου, διδακτικής μεθοδολογίας και εκπαίδευσης του προσωπικού. Πιο συγκεκριμένα, οι σχολικές μονάδες παρουσιάζουν οργανωτικές αδυναμίες από πλευράς ωρολογίου προγράμματος, εξοπλισμού και υλικοτεχνικής υποδομής, δεν υπάρχει σχεδιασμός με συγκεκριμένο διδακτικό υλικό, καθώς επίσης υπάρχει έλλειψη κατάρτισης στους εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Υπεύθυνα για τις προαναφερθείσες διαγνώσεις είναι τα ΚΕΔΔΥ (Κέντρα Διαφοροδιάγνωσης, Διάγνωσης και Υποστήριξης, πρώην ΚΔΑΥ), που υπάρχουν σε κάθε νομό και το προσωπικό τους απαρτίζεται από εκπαιδευτικούς με κατάλληλα προσόντα ειδικής αγωγής (ειδικές σπουδές) και ειδικευμένους ψυχολόγους.

Πολύ πρόσφατα, το 2008, ψηφίστηκε νέος νόμος που αφορά την ειδική αγωγή, με στόχο την καλύτερη κατάρτιση των εκπαιδευτικών και τη βελτίωση της λειτουργίας των διαφόρων δομών της.

#### **4. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ: ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ, ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΚΑΙ ΑΤΥΠΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ**

##### **4.1 Η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στο σχολείο**

Οι πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαιρέσης, αποτελούν περιεχόμενα που είναι σημαντικά και θεμελιώδη για τους μαθητές, γιατί στη γνώση των απλών πράξεων τους βασίζονται οι μετέπειτα ικανότητες εκτέλεσης πιο σύνθετων πράξεων και αλγορίθμων, η λύση προβλήματος και η εκτίμηση του αποτελέσματος (Λεμονίδης, 2003).

Οι μαθητές έρχονται σε επαφή με την πράξη του πολλαπλασιασμού από τις πρώτες κίχλας τάξεις του δημοτικού σχολείου. Ξεκινούν την ενασχόλησή τους αρχικά με τα γινόμενα των μονοψήφιων αριθμών, που περιλαμβάνονται στους πίνακες της προπαίδειας στη Β Δημοτικού. Συνεχίζουν την εκμάθηση της προπαίδειας στη Γ Δημοτικού, όπου εισάγεται και ο αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού, με στόχο να λύνουν οι μαθητές προβλήματα και ασκήσεις πολλαπλασιαστικής δομής (Faye, 1996).

Οι Isaacs & Carroll (1999) πιστεύουν ότι η πίεση που δέχονται οι μαθητές για την από μνήμης εκμάθηση της προπαίδειας και η εξέτασή της με χρονομετρούμενες δοκιμασίες προκαλεί άγχος στους μαθητές και αρνητικά συναισθήματα προς τα μαθηματικά. Επιπροσθέτως, καλλιεργεί την πεποίθηση ότι τα μαθηματικά είναι περισσότερο απομνημόνευση, παρά σκέψη και επίλυση προβλημάτων (Isaacs & Carroll, 1999; Sherin & Fuson, 2005).

Επίσης, αρκετές μελέτες τονίζουν τα μειονεκτήματα των τυποποιημένων γραπτών αλγορίθμων, τους οποίους διδάσκονται τα παιδιά (Plunkett, 1979; Ebby, 2005; Anghileri, 2001). Συχνά οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση και στην εκτέλεση του αλγορίθμου του πολλαπλασιασμού. Οι δυσκολίες αυτές είναι συχνά αποτέλεσμα των παρανοήσεων που δημιουργούνται στους μαθητές κατά τη διδασκαλία του πολλαπλασιασμού (Tirosh and Graeber, 1989; Bell et al., 1984).

Έχει διαπιστωθεί ότι τα παιδιά μπορούν να εφεύρουν μεθόδους υπολογισμού, οι οποίες γι' αυτά να είναι πιο φυσικές και ενστικτώδεις. Επίσης, πολλές μελέτες συγκλίνουν στο ότι τα παιδιά θα πρέπει να ενθαρρύνονται στην επινόηση και χρήση των δικών τους μεθόδων, επειδή με αυτό τον τρόπο προωθείται η κατανόηση των αριθμών (Plunkett, 1979; Ebby, 2005; Anghileri et al., 2002). Σύμφωνα επίσης με το Λεμονίδη (2001) η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού και της διαιρέσης στα αρχικά στάδια πρέπει να βασίζεται

στις άτυπες ή διαισθητικές γνώσεις των μαθητών, που υπάρχουν προτού αρχίσει η τυπική διδασκαλία αυτών των πράξεων. Πρέπει δηλαδή να βασίζεται στις προϋπάρχουσες γνώσεις, στις ικανότητες και τον κόσμο του παιδιού και να δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην ενασχόληση των μαθητών με εμπειρικές καταστάσεις και προβλήματα. Στόχος σ' αυτό το πρώτο στάδιο είναι η δημιουργία μιας πλατιάς εννοιολογικής βάσης και κατανόησης των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Οι μαθητές θα πρέπει να βοηθηθούν να ανακαλύψουν τις διάφορες στρατηγικές, οι οποίες θα παρουσιαστούν στην τάξη, και θα συζητηθούν.

Μια σχετικά πρόσφατη έρευνα σχετικά με τον πολλαπλασιασμό, έδειξε ότι οι μαθητές που διδάχθηκαν την προπαίδεια και με τον παραδοσιακό τρόπο της απομνημόνευσης των πινάκων, αλλά και με χρήση άλλων στρατηγικών, παρουσίασαν αισθητά καλύτερα αποτελέσματα σε δοκιμασίες πολλαπλασιασμού πολυψήφιων γινομένων και κατ' εκτίμησης υπολογισμών, συγκρινόμενοι με μαθητές που διδάχθηκαν μόνο με τον πρώτο τρόπο (Woodward, 2006).

Η χρήση διαφόρων στρατηγικών μπορεί να ενταχθεί σε μια γενικότερη θεώρηση της ικανότητας (proficiency) των μαθητών σχετικά με τους αριθμούς. Σύμφωνα με τους Kilpatrick et. al (2001), υπάρχουν πέντε επίπεδα ικανότητας, τα οποία περιλαμβάνουν :

- *κατανόηση των εννοιών (conceptual understanding)*
- *ευχέρεια στις διαδικασίες (procedural fluency)*
- *επάρκεια χρήσης στρατηγικών (strategic competence)*
- *προσαρμοστικό τρόπο σκέψης (adaptive reasoning)* και
- *διάταξη των διαδικασιών (procedural disposition)*

Υπάρχει επιτακτική ανάγκη οι μαθητές να έχουν ικανότητα (proficiency) στον πολλαπλασιασμό, ώστε να τα καταφέρουν στους άλλους τομείς των μαθηματικών (NMAP, 2008). Τα βασικά γινόμενα που περιλαμβάνονται στους πίνακες της προπαίδειας προαπαιτούνται στους νοερούς και τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, σύμφωνα με τους Isaacs and Carroll (1999), οι οποίοι αναρωτιούνται, «πώς μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το γινόμενο  $80 \times 40$  για να εκτιμήσουν την τιμή του  $84 \times 41$ , αν δεν γνωρίζουν πόσο κάνει το  $8 \times 4$ ;»

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι μέχρι το 2006, τα βιβλία των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο έδιναν έμφαση στην εκμάθηση των πινάκων της προπαίδειας και του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού από μνήμης. Οι μαθητές έπρεπε να γνωρίζουν «από έξω» όλη την προπαίδεια και να επιλύουν τα προβλήματα πολλαπλασιαστικών δομών μόνο μέσω της χρήσης του γραπτού αλγόριθμου. Από το σχολικό έτος 2006-2007 και έπειτα, ο προσανατολισμός στη διδασκαλία του πολλαπλασιασμού έχει αλλάξει, με την εισαγωγή νέων σχολικών εγχειριδίων. Στους μαθητές διδάσκονται εναλλακτικές στρατηγικές εκμάθησης της προπαίδειας ή εκτέλεσης της πράξης, και επίσης τους δίνονται τα περιθώρια να αναπτύξουν τις δικές τους μεθόδους, τις δικές τους άτυπες, όπως λέγονται, στρατηγικές.

#### **4.2 Άτυπες στρατηγικές υπολογισμών στον πολλαπλασιασμό**

Πολλές είναι οι θεωρίες που έχουν διατυπωθεί κατά καιρούς και σχετίζονται με την ανάπτυξη στρατηγικών στην αριθμητική (Fuson & Kwon 1992; Piaget 1952; Anghileri, 1989; Mulligan & Mitchelmore, 1997). Σύμφωνα με τον Ashcraft (1990), στρατηγική είναι οποιαδήποτε πνευματική διεργασία ή διαδικασία που διεξάγεται μέσω επεξεργασίας πληροφοριών και στοχεύει σε ένα συγκεκριμένο σκοπό. Ή αλλιώς, οι στρατηγικές είναι σύνολα από νοερές ή πρακτικές ενέργειες, που σχεδιάζονται με σκοπό την επίλυση ενός προβλήματος (Biddlecomb & Carr, 2010). Η ανάπτυξη στρατηγικών από τους μαθητές αποτελεί μια δυναμική διαδικασία, κατά την οποία οι στρατηγικές προκύπτουν από προϋπάρχουσες δομές των μαθητών και αναδιοργανώνουν τις δομές αυτές, και μπορεί να διδαχθεί ή να προκύψει αυθόρμητα (John Threlfall, 2009).

Η ευελιξία στη χρήση ποικίλων στρατηγικών είναι σημαντική για ένα μαθητή, όχι τόσο γιατί τον καθιστά αποτελεσματικό στην εκτέλεση πράξεων, αλλά διότι αποτελεί μια ένδειξη ότι είναι σε θέση να κατακτήσει περισσότερο μαθηματικές έννοιες και όχι απλές διαδικαστικές γνώσεις.

Στην παρούσα έρευνα θα μας απασχολήσουν οι πιο συχνά εμφανιζόμενες άτυπες στρατηγικές που επινοούν οι μαθητές για την εκτέλεση νοερών και κατ' εκτίμηση υπολογισμών όσον αφορά την πράξη του πολλαπλασιασμού.

#### **4.2.1 Άτυπες στρατηγικές υπολογισμού των γινομένων της προπαίδειας**

Σύμφωνα με τον Woodward (2006), τέσσερις βασικές συνιστώσες συνθέτουν το φάσμα των ερευνών που αναφέρονται στην εκμάθηση των μονοψήφιων γινομένων, δηλαδή της προπαίδειας. Αυτές είναι οι εξής:

α) *Μοντέλα σημασιολογίας και καταστάσεων (semantic types - models of situations)*

β) *Διαισθητικά μοντέλα (intuitive models)*

γ) *Διαδικασίες επίλυσης – στρατηγικές υπολογισμών (solution procedures – computational strategies)*

δ) *Μοντέλα ανάκλησης (models of retrieval)*

Στην περίπτωση (α) έχουμε κατηγοριοποίηση των καταστάσεων που περιγράφονται στα λεκτικά προβλήματα, σχετικά με την προ της επίλυσής τους σχηματοποίηση (π.χ. Greer, 1993; Kouba, 1989).

Όσο για την περίπτωση (β), οι Fischbein et al. (1985) ήταν από τους πρώτους που αναφέρθηκαν στην έννοια των διαισθητικών μοντέλων ή όπως επίσης αποκαλούνται *έμμεσων, υπονοούμενων ή άτυπων μοντέλων*. Αυτοί θεωρούν ότι: «κάθε θεμελιώδης αριθμητική πράξη γενικά παραμένει συνδεδεμένη με ένα έμμεσο, ασυναίσθητο και αρχικό διαισθητικό μοντέλο», το οποίο καθοδηγεί την έρευνα για την πράξη που χρειάζεται στη λύση ενός προβλήματος. Τέτοια άτυπα, διαισθητικά μοντέλα είναι:

*Άμεση καταμέτρηση (Direct counting)*. Χρησιμοποιούνται φυσικά υλικά για να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα. Τα αντικείμενα απλά καταμετρούνται χωρίς καμία φανερή αναφορά στην πολλαπλασιαστική δομή.

*Ρυθμική καταμέτρηση (Rhythmic counting)*. Η καταμέτρηση ακολουθεί τη δομή του προβλήματος. Για παράδειγμα, «1, 2· 3, 4· 5, 6» ή «6, 5· 4, 3· 2, 1». Ταυτόχρονα με την καταμέτρηση, λαμβάνει χώρα μια δεύτερη μέτρηση του αριθμού των ομάδων.

*Καταμέτρηση με υπερπήδηση (Skip counting)*. Η καταμέτρηση πραγματοποιείται με πολλαπλάσια, για παράδειγμα, «5, 10, 15 ή 15, 10, 5». Με αυτόν τρόπο γίνεται ευκολότερο να μετρηθεί ο αριθμός των ομάδων.

*Επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ή αφαίρεση (Repeated addition or subtraction)*. Η καταμέτρηση αντικαθίσταται από υπολογισμούς όπως: «3+3=6, 6+3=9» ή «9-3=6, 6-3=3».

*Πρόσθεση διπλών (Additive doubling).* Για παράδειγμα, «4 και 4 ίσον 8, 8 και 8 κάνει 16».

*Πρόσθεση μισών (Additive halving).* Για παράδειγμα, αν κόψουμε το 8 σε δύο μισά μας κάνει 4 και 4.

*Πολλαπλασιαστική πράξη (Multiplicative operation).* Ο υπολογισμός γίνεται με την ανάκληση από τη μνήμη κάποιας γνωστής πράξης του πολλαπλασιασμού, για παράδειγμα, 3 φορές το 4 κάνει 12. Ή με παραγωγή από κάποια γνωστή πράξη, για παράδειγμα, το  $3 \times 4$  υπολογίζεται ως εξής:  $3 \times 3 = 9$ ,  $9 + 3 = 12$ .

Αρχικά οι μαθητές εφαρμόζουν διαδικαστικές στρατηγικές για να βρίσκουν το γινόμενο δύο παραγόντων, όπως η άμεση και η ρυθμική καταμέτρηση. Στη συνέχεια όμως, φαίνεται ότι οι διαδικαστικές στρατηγικές αντικαθίστανται βαθμιαία από την άμεση ανάκληση από τη μνήμη. Η στρατηγική αυτή εμφανίζεται κατά τη διάρκεια των πρώτων σχολικών χρόνων και εξελίσσεται βαθμιαία στη διάρκεια των επόμενων χρόνων με την αποθήκευση στη μνήμη όλο και περισσότερων γεγονότων (Steel & Funnel, 2001).

Σύμφωνα επίσης με τον Hans Ter Heege (1985), τα περισσότερα παιδιά δεν μπορούν να απομνημονεύσουν άμεσα τους πίνακες της προπαίδειας μέσω της εξάσκησης και πρακτικής, περνούν όμως από ένα ενδιάμεσο στάδιο στο οποίο αυθόρμητα χρησιμοποιούν κάποιες στρατηγικές για να παράγουν τα γινόμενα του πολλαπλασιασμού. Οι στρατηγικές αυτές είναι οι εξής:

- Χρήση της *αντιμεταθετικής ιδιότητας* ( $6 \times 7 = 7 \times 6$ ).
- Χρήση των *πολλαπλασίων του 10*, π.χ. χρησιμοποιούν το  $10 \times 6 = 60$  για να υπολογίσουν το  $5 \times 6 = 30$ , ή το  $10 \times 8 = 80$  για να υπολογίσουν το  $9 \times 8 = 72$ .
- Υπολογισμός των *γινομένων με διπλασιασμό*, π.χ. χρησιμοποιούν το γινόμενο  $2 \times 7 = 14$  για να υπολογίσουν το  $4 \times 7$  διπλασιάζοντας το 14.
- Υπολογισμός με το *μισό*, χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τον υπολογισμό των γινομένων τις μορφής ' $5x...$ ', τα οποία υπολογίζονται παίρνοντας το μισό του ' $10x...$ '
- *Αύξηση κατά ένα*. Τα παιδιά αυξάνουν ένα γνωστό γινόμενο προσθέτοντας τον πολλαπλασιαστή μία φορά. Όταν γνωρίζουν ή υπολογίζουν εύκολα το  $5 \times 7 = 35$  τότε βρίσκουν το  $6 \times 7$  υπολογίζοντας  $35 + 7$ .

- *Μείωση κατά ένα.* Τα παιδιά μειώνουν ένα γνωστό γινόμενο αφαιρώντας τον πολλαπλασιαστή μια φορά. Συχνά υπολογίζουν  $9 \times 7 = 70 - 7$ . Αυτή η στρατηγική του “ένα λιγότερο” χρησιμοποιείται αποκλειστικά στα γινόμενα της μορφής ‘9x...’

#### **4.2.2 Στρατηγικές υπολογισμού των γινομένων πολυψήφιων αριθμών**

Παρακάτω, γίνεται αναφορά τους άτυπους τρόπους υπολογισμού πολυψήφιων πολλαπλασιασμών που ανακαλύπτουν οι ίδιοι οι μαθητές, σύμφωνα με έρευνα που πραγματοποίησε η Baek (1998), οι οποίοι έχουν χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών στους νοερούς υπολογισμούς στην παρούσα έρευνα.

(α) *Άμεση μοντελοποίηση.* Στην άμεση μοντελοποίηση τα παιδιά χρησιμοποιούν υλικά καταμέτρησης με βάση τη μονάδα ή τη δεκάδα, με τα οποία καταμετρούν το συνολικό αριθμό αντικειμένων.

(β) *Στρατηγική του ολόκληρου αριθμού.* Εδώ γίνεται πρόσθεση του πολλαπλασιαστέου, με χρήση διαφόρων στρατηγικών, διπλασιασμό ή επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.

(γ) *Στρατηγική του διασπασμένου αριθμού.* Έχουμε διάσπαση του πολλαπλασιαστή, ή του πολλαπλασιαστέου, ή και των δύο σε μικρότερους αριθμούς ώστε να πολλαπλασιαστούν στη συνέχεια με μεγαλύτερη ευκολία, με βάση και την προπαίδεια.

(δ) *Στρατηγικές διάσπασης και των δύο αριθμών σε δεκάδες.* Εδώ διασπώνται και οι δύο αριθμοί σε δεκάδες, εκτελείται κάθε πολλαπλασιασμός, και προστίθενται τα μερικά γινόμενα.

(ε) *Στρατηγικές Αντιστάθμισης.* Οι μαθητές που ακολουθούν αυτή τη στρατηγική ρυθμίζουν τον ένα ή και τους δύο όρους του πολλαπλασιασμού ώστε οι αριθμοί να διπλασιαστούν ή να διχοτομηθούν για να καταστήσουν τον υπολογισμό ευκολότερο ή για να χρησιμοποιήσουν μερικά γινόμενα πολλαπλασιασμού που γνωρίζουν ήδη. Οι στρατηγικές που ρυθμίζουν και τους δύο αριθμούς χρησιμοποιούνται συχνά στα προβλήματα που περιλαμβάνουν το 5.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να δούμε συγκεκριμένα παραδείγματα, τα οποία ανταποκρίνονται στα ερωτήματα του πρώτου μέρους της δοκιμασίας που δώσαμε στους μαθητές στην παρούσα έρευνα, τις εξής:

- Ο μαθητής προσθέτει επαναλαμβανόμενα αντί να πολλαπλασιάσει, π.χ.  $5 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$ . Εδώ έχουμε στρατηγική *ολόκληρου αριθμού*.
- Ο μαθητής διασπά τον έναν αριθμό σε προσθετέους (μπορεί να είναι δεκάδες) ή πολλαπλάσια, π.χ.  $7 \times 99 = 7 \times 90 + 7 \times 9 = 630 + 63 = 693$  ή  $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2 = 50 + 10 = 60$ . Στρατηγική *διασπασμένου αριθμού*.
- Ο μαθητής στρογγυλοποιεί ή ρυθμίζει τον έναν αριθμό στην κοντινότερη δεκάδα ή εκατοντάδα, με σκοπό μετά να χρησιμοποιήσει πρόσθεση, αφαίρεση ή διαίρεση ώστε να φτάσει στο αποτέλεσμα που του ζητείται, π.χ.  $7 \times 99 = 7 \times 100 - 7 = 700 - 7 = 693$  ή για το  $5 \times 12$ :  $10 \times 12 = 120$  και  $120 : 2 = 60$ . Στρατηγική *αντιστάθμισης*.
- Ο μαθητής μετρά με τα δάχτυλα, δηλαδή έχουμε *άμεση μοντελοποίηση*.

#### **4.2.3 Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί**

Όσον αφορά τα γινόμενα για τα οποία επιθυμούμε οι μαθητές μας να πραγματοποιήσουν μια εκτίμηση του αποτελέσματος, αναφέρουμε τα είδη υπολογισμών σύμφωνα με την M. Van den Heuvel-Panhuizen (2008), δηλαδή ο άτυπος υπολογισμός (*informal estimation*), ο υπολογισμός υπό κανόνες (*rule-directed estimation*) και ο ευέλικτος υπολογισμός (*flexible estimation*). Τα τρία αυτά είδη υπολογισμών, με τη σειρά που αναφέρονται, θα λέγαμε ότι διαβαθμίζονται ως προς το επίπεδο των γνώσεων που χρειάζεται να έχει ο μαθητής για να τους πραγματοποιήσει. Με βάση τα κριτήρια αυτά διατυπώσαμε τα λεκτικά προβλήματα της γραπτής δοκιμασίας της έρευνάς μας.

Ο άτυπος υπολογισμός είναι το πρώτο είδος υπολογισμού στον πολλαπλασιασμό που κατακτούν οι μαθητές. Στην περίπτωση του άτυπου υπολογισμού, οι αριθμοί που δίνονται στρογγυλοποιούνται με πολύ προφανή τρόπο, χωρίς να απαιτούνται συγκεκριμένες γνώσεις περί των κανόνων στρογγυλοποίησης. Επίσης, όταν ζητάμε από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν άτυπους υπολογισμούς, διατυπώνουμε τα ερωτήματα με τέτοιο τρόπο, ώστε μια πολύ γενική απάντηση να είναι αρκετή. Πρόκειται επομένως για ένα πρώτο και «χονδρικό» θα λέγαμε επίπεδο υπολογισμών. Πιθανές ερωτήσεις που απαιτούν τέτοιου είδους υπολογισμούς είναι για παράδειγμα: «Μου φτάνουν;» ή «Θα μπορούσε να ισχύει κάτι τέτοιο;» Ένα

πιθανό πρόβλημα άτυπων υπολογισμών, θα μπορούσε να είναι το εξής: «Σε ένα θέατρο 1500 θέσεων θέλουν να παρακολουθήσουν παράσταση 5 σχολεία, που το καθένα από αυτά έχει 295 μαθητές. Θα χωρέσουν όλοι μαζί;»

Ο υπολογισμός υπό κανόνες περιλαμβάνει τους γνωστούς κανόνες στρογγυλοποίησης ψηφίων. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα: «Πόσο περίπου κοστίζει μια εξάδα πορτοκαλάδες, αν η κάθε μία κάνει 1,85 ευρώ; Να απαντήσεις με ακέραιο αριθμό», σύμφωνα με τους κανόνες στρογγυλοποίησης, ο μαθητής υπολογίζει:  $1,85 \rightarrow 2$ , άρα  $2 \times 6 = 12$  ευρώ περίπου. Εδώ όμως μπορούν να περιληφθούν και περιπτώσεις όπου οι αριθμοί δεν στρογγυλοποιούνται απαραίτητα με τους κανόνες. Πιο συγκεκριμένα, αν τροποποιήσουμε το προηγούμενο πρόβλημα ώστε η μία πορτοκαλάδα να κοστίζει 1,55 ευρώ, σύμφωνα με τους κανόνες θα έπρεπε να στρογγυλοποιήσουμε προς τα πάνω, δηλαδή στα 2 ευρώ. Παρόλα αυτά, θα ήταν δυνατό και να υπολογίζαμε στρογγυλοποιώντας στο 1,5 ευρώ, και θα ήμασταν και πιο κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα. Στην περίπτωση λοιπόν του υπολογισμού υπό κανόνες, υπάρχουν δύο δεξιότητες που θα πρέπει να αναπτύξουν οι μαθητές, η ποιοτικής φύσης «στρογγυλοποιώ προς τα πάνω ή προς τα κάτω» και ποσοτικής «πόσο προς τα πάνω ή προς τα κάτω πρέπει να στρογγυλοποιήσω».

Τέλος, ο ευέλικτος υπολογισμός στον πολλαπλασιασμό, αφορά τη στρογγυλοποίηση του ενός από τους δοσμένους αριθμούς προς τα πάνω και του άλλου προς τα κάτω, αλλά και την ανάπτυξη δεξιοτήτων πέραν της απλής στρογγυλοποίησης. Για παράδειγμα, στον υπολογισμό του γινομένου  $27 \times 48$ , ο μαθητής μπορεί να υπολογίσει  $30 \times 50$ , αλλά θα μπορούσε επίσης να υπολογίσει  $13 \times 100$ , δηλαδή να υποδιπλασιάσει τον έναν και να διπλασιάσει τον άλλο.

#### **4.2.4 Άτυπες στρατηγικές και Μαθησιακές Δυσκολίες**

Οι μαθητές με ΜΔ, όπως έχει προαναφερθεί, αντιμετωπίζουν δυσκολίες σε πολλά επίπεδα στην προσπάθειά τους να μάθουν την προπαίδεια, να εκτελέσουν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, αλλά και να επιλύσουν προβλήματα πολλαπλασιαστικής δομής. Οι δυσκολίες αυτές συνδέονται με τις αδυναμίες που παρουσιάζουν σε ό,τι έχει σχέση με τη βραχύχρονη, την εργαζόμενη αλλά και τη μακρόχρονη μνήμη. Επίσης, οι δυσκολίες αυτές έχουν να κάνουν με τις δυσκολίες των παιδιών που σχετίζονται με τη χωρο-χρονική οργάνωση καθώς και με την τήρηση ακολουθιών και την ολοκλήρωση διαδικασιών. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι μαθητές με ΜΔ παρουσιάζουν

ανεπαρκείς γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές, που τους δημιουργούν αδυναμίες στην επίλυση προβλημάτων.

Οι McComas, Walker & Cooper το 1996 υποστήριξαν ότι για να διευκολυνθούν παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες πρέπει ο/η εκπαιδευτικός να στηριχθεί σε διδακτικές στρατηγικές που περικλείουν ιδιαίτερα δομικά συστατικά ώστε να μπορούν να αναλυθούν σε επιμέρους βήματα, στοχεύοντας ακριβώς στα βήματα που σχετίζονται με τις ιδιαίτερες δυσκολίες του κάθε παιδιού. Εκτός από τις προαναφερθείσες, μια διδακτική στρατηγική που έχει βρεθεί ότι είναι αποτελεσματική για τη βελτίωση της σχολικής επίδοσης είναι η εξοικείωση των παιδιών με μαθησιακές δυσκολίες με τη χρήση συγκεκριμένων μνημονικών τεχνικών ή στρατηγικών (mnemonics) (Scruggs & Mastropieri, 2000). Οι μνημονικές τεχνικές έχουν οριστεί ως «ένας μηχανισμός, διαδικασία ή ενέργεια που χρησιμοποιείται για τη βελτίωση της μνήμης» (Mastropieri & Scruggs, 1991).

Οι Mastropieri και Scruggs (1991) τόνισαν ότι τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες προτιμούν τις συγκεκριμένες μνημονικές τεχνικές σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους διδασκαλίας. Ειδικότερα οι Wood, Frank & Wacker (1998) διαπίστωσαν ότι με την εκμάθηση των μνημονικών στρατηγικών για την προπαίδεια, αλλά και γενικά για τον πολλαπλασιασμό, τα παιδιά με μαθηματικές δυσκολίες κατακτούν ευκολότερα τα γινόμενα της προπαίδειας. Μάλιστα ορισμένα παιδιά με μαθηματικές δυσκολίες έφθασαν στο σημείο να επιτύχουν 100% ακρίβεια στα αποτελέσματα της προπαίδειας. Επιπλέον, τα ίδια παιδιά απέκτησαν μια περισσότερο θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά, και ακόμα κατάφεραν να δουλεύουν μόνοι τους, χωρίς την καθοδήγηση του δασκάλου τους (Wood, Frank & Wacker, 1998).

## **B. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ**

### **1. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

#### **1.1 Στόχοι και υποθέσεις της έρευνας**

Ο βασικός στόχος της έρευνάς μας είναι να μελετήσουμε τις συμπεριφορές των μαθητών Γυμνασίου στον πολλαπλασιασμό, όπου οι μαθητές χωρίζονται στις ακόλουθες ομάδες:

- α) Μαθητές με ΜΔ – Μαθητές χωρίς ΜΔ*
- β) Δίγλωσσοι μαθητές – Μη δίγλωσσοι μαθητές*
- γ) Μαθητές της Α' τάξης – Μαθητές της Β' τάξης – Μαθητές της Γ' τάξης*

και καλούνται να εκτελέσουν την πράξη του πολλαπλασιασμού σε τρεις εκφάνσεις αυτού: *Νοεροί Υπολογισμοί, Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί, Γραπτός Αλγόριθμος*. Με βάση αυτό το πλαίσιο θέλουμε να ελέγξουμε αν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των ομάδων, να εξετάσουμε δηλαδή κατά πόσο οι παράμετροι των Μαθησιακών Δυσκολιών, της δίγλωσσας και της τάξης στην οποία φοιτούν οι μαθητές, τους επηρεάζουν όσον αφορά την εκτέλεση της πράξης του πολλαπλασιασμού. Θέτουμε λοιπόν τα εξής ερωτήματα:

- Υπολείπονται οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες, και πού; Ποιο είναι το προφίλ ενός μαθητή με ΜΔ;
- Πώς χειρίζονται οι μαθητές με ΜΔ και οι δίγλωσσοι μαθητές τους νοερούς υπολογισμούς; Κάνουν νοερούς ή καταφεύγουν πάντα στο γραπτό αλγόριθμο;
- Πώς χειρίζονται οι μαθητές με ΜΔ και οι δίγλωσσοι μαθητές τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς; Εκτιμούν τιμές γινομένων ή καταφεύγουν πάντα σε ακριβείς υπολογισμούς;
- Εντοπίζονται διαφορές στην επίδοση των δίγλωσσων και μη μαθητών όσον αφορά τα λεκτικά προβλήματα κατ' εκτίμηση υπολογισμών, λόγω δυσκολιών στη γλώσσα;
- Βελτιώνονται οι επιδόσεις και η ευελιξία χρήσης στρατηγικών με το πέρασμα από μικρότερες σε μεγαλύτερες τάξεις;

Οι γενικές υποθέσεις που κάναμε στηριζόμενοι στα ερωτήματα αυτά, είναι οι εξής: σε ό,τι αφορά τις ομάδες της περίπτωσης (α), περιμένουμε ότι οι μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν ΜΔ θα σημειώσουν καλύτερες επιδόσεις και στα τρία μέρη από τα οποία αποτελείται η γραπτή δοκιμασία. Για τους δίγλωσσους μαθητές (β) υποθέτουμε ότι θα συναντήσουν δυσκολίες στο λεκτικό κομμάτι της δοκιμασίας, δηλαδή στο δεύτερο μέρος όπου περιλαμβάνονται τα λεκτικά προβλήματα, αλλά και στην περιγραφή των στρατηγικών που ακολούθησαν. Τέλος, περιμένουμε ότι όσο προχωρούν οι τάξεις στις οποίες φοιτούν οι μαθητές, τόσο θα βελτιώνονται και οι επιδόσεις τους, διότι οι μεγαλύτεροι μαθητές μετρούν περισσότερα χρόνια ενασχόλησης με τα μαθηματικά και πιο συγκεκριμένα τις αριθμητικές πράξεις, στο σχολείο αλλά και εκτός αυτού.

Σε ό,τι αφορά την επίδοση του συνολικού δείγματος, υποθέσαμε επίσης ότι οι μαθητές θα δυσκολευτούν περισσότερο στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου μεταξύ τριψήφιου και διψήφιου (υποερώτημα Vβ), ενώ θα είναι πολύ εύκολο για αυτούς να υπολογίσουν γινόμενα που υπάρχουν στον πίνακα της προπαίδειας (υποερωτήματα Ια και Ιβ), αλλά και να απαντήσουν στο πρόβλημα IV διότι είναι σε μορφή πολλαπλής επιλογής. Επίσης, ότι αρκετοί θα είναι οι μαθητές που θα προτιμήσουν να εκτελέσουν το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, αντί να υπολογίσουν νοερά ή να εκτιμήσουν «στο περίπου» το αποτέλεσμα όπου τους ζητείται, διότι δεν έχουν συνηθίσει τέτοιου είδους υπολογισμούς στο μάθημα των μαθηματικών στο σχολείο.

Σε σχέση με τις στρατηγικές, υποθέτουμε ότι σημαντικό θα είναι το μέρος των μαθητών που δε θα περιγράψουν τις στρατηγικές που ακολούθησαν για να απαντήσουν στα ερωτήματα, καθώς δεν έχουν μάθει να περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται, ώστε να λύσουν μία άσκηση. Αυτό αποτελεί μια μεταγνωστική δεξιότητα, η οποία δεν καλλιεργείται ιδιαίτερα στο ελληνικό σχολείο, τουλάχιστον μέχρι σήμερα. Στο μάθημα των μαθηματικών, συνήθως ενδιαφέρει τους εκπαιδευτικούς το αποτέλεσμα, και όχι τόσο ο δρόμος μέχρι εκεί.

## **1.2 Το δείγμα**

Το δείγμα της έρευνας ήταν μαθητές που φοιτούν σε ένα γυμνάσιο της Ξάνθης, όπου τον 30% περίπου από αυτούς ανήκει στη μειονότητα και έχει φοιτήσει σε μειονοτικά δημοτικά σχολεία. Επίσης, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι το γυμνάσιο αυτό βρίσκεται σε μια περιοχή της Ξάνθης που κατοικείται κατά μεγάλο ποσοστό από παλιννοστούντες και πρόσφυγες από τη Ρωσία και άλλες χώρες που ανήκαν στην πρώην Σοβιετική Ένωση, οι οποίοι μιλούν τη ρωσική γλώσσα στην καθημερινή τους ζωή. Όλα τα παραπάνω είναι προφανές ότι επηρεάζουν το δείγμα μας, και υποδεικνύουν τους λόγους για τους οποίους επιλέχθηκε το συγκεκριμένο σχολείο.

Συνολικά συμμετείχαν 200 μαθητές και των τριών τάξεων. Συγκεκριμένα, από την Α' τάξη συμμετείχαν 82 μαθητές από τέσσερα τμήματα, Α<sub>1</sub> έως και Α<sub>4</sub>, από τη Β τάξη 76 μαθητές από τέσσερα τμήματα, Β<sub>1</sub> έως και Β<sub>4</sub>, και από τη Γ τάξη 42 μαθητές από τα τμήματα Γ<sub>1</sub> και Γ<sub>3</sub>. Σημειώνουμε επίσης στο σημείο αυτό ότι οι μαθητές μας έχουν αποφοιτήσει από το δημοτικό, έχοντας διδαχθεί κατά το μεγαλύτερο μέρος του από τα παλιά σχολικά εγχειρίδια.

Οι ομάδες στις οποίες διακρίνουμε τους μαθητές για τις ανάγκες της έρευνάς μας είναι τρεις: δίγλωσσοι μαθητές, μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες, και όλοι οι υπόλοιποι μαθητές που δεν ανήκουν στις προαναφερθείσες κατηγορίες. Οι δύο πρώτες ομάδες δεν είναι τελείως ανεξάρτητες, καθώς υπάρχουν μαθητές που πληρούν αμφότερες τις προϋποθέσεις. Ακολούθως αναλύουμε περαιτέρω τα χαρακτηριστικά των ομάδων αυτών.

### **1.2.1 Δίγλωσσοι μαθητές**

Ως δίγλωσσοι μαθητές θεωρήθηκαν οι μαθητές που μας δήλωσαν, κατόπιν ερώτησης που τους έγινε ατομικά και προφορικά, ότι η μητρική τους γλώσσα, δηλαδή η γλώσσα που μιλούν στο σπίτι με την οικογένειά τους, δεν είναι η ελληνική. Οι γλώσσες που μιλούν οι μαθητές μας είναι, εκτός της ελληνικής, η *πομάκικη*, η *τουρκική*, η *ρωσική* και σε κάποιες περιπτώσεις η *αρμένικη*, η *ποντιακή διάλεκτος* και η *βουλγαρική*. Από τους 200 μαθητές λοιπόν του δείγματός μας, οι 106 είναι δίγλωσσοι και στις τάξεις κατανέμονται ως εξής: στην Α' Γυμνασίου δίγλωσσοι είναι οι 40 στους 82, στη Β' Γυμνασίου δίγλωσσοι είναι οι 43 στους 76 και στη Γ' τάξη οι 23 στους 42.

Μπορούμε να λάβουμε καλύτερη εικόνα του δείγματος από τους Πίνακες 1α και 1β που ακολουθούν. Στον Πίνακα 1α μπορούμε να δούμε πώς διαμορφώνονται τα ποσοστά των διγλωσσών μαθητών σε κάθε τάξη ξεχωριστά, αλλά και σε σχέση με το σύνολο του σχολείου. Στον πίνακα 1β μπορούμε να δούμε τις μητρικές γλώσσες των μαθητών μας σε κάθε τάξη ξεχωριστά. Τα ποσοστά που σημειώνονται υπολογίζονται επί του πλήθους των μαθητών κάθε τάξης, για παράδειγμα το ποσοστό 51,2% του πρώτου κελιού σημαίνει ότι το 51,2% των μαθητών της Α' τάξης μιλούν την ελληνική ως μητρική γλώσσα.

Σημειώνουμε στο σημείο αυτό ότι στο γυμνάσιο όπου διεξήχθη η έρευνα δε λειτουργούν τάξεις υποδοχής, ούτε και φροντιστηριακά τμήματα για τους παλιννοστούντες και αλλοδαπούς μαθητές.

**Πίνακας 1α**

| Τάξεις        | Διγλωσσοι μαθητές | Μη διγλωσσοι μαθητές |
|---------------|-------------------|----------------------|
|               | 40                | 42                   |
| <b>Α'</b>     | <b>(48,8%)</b>    | <b>(51,2%)</b>       |
|               | 43                | 33                   |
| <b>Β'</b>     | <b>(56,5%)</b>    | <b>(43,5%)</b>       |
|               | 23                | 19                   |
| <b>Γ'</b>     | <b>(54,8%)</b>    | <b>(45,2%)</b>       |
|               | 106               | 94                   |
| <b>Σύνολα</b> | <b>(53%)</b>      | <b>(47%)</b>         |

**Πίνακας 1β**

| <i>Τάξη</i>   |           |           |           |               |
|---------------|-----------|-----------|-----------|---------------|
|               | <b>A'</b> | <b>B'</b> | <b>Γ'</b> | <b>Σύνολα</b> |
| <i>Γλώσσα</i> |           |           |           |               |
| Ελληνική      | 42        | 33        | 19        | 94            |
|               | 51,2%     | 43,5%     | 45,2%     | 47%           |
| Ρωσική        | 17        | 13        | 6         | 36            |
|               | 20,7%     | 17,1%     | 14,2%     | 18%           |
| Τουρκική      | 15        | 13        | 13        | 41            |
|               | 18,3%     | 17,1%     | 31%       | 20,5%         |
| Πομάκικη      | 4         | 9         | 2         | 15            |
|               | 4,9%      | 11,8%     | 4,8%      | 7,5%          |
| Αρμένικη      | 2         | 2         | 1         | 5             |
|               | 2,45%     | 2,6%      | 2,4%      | 2,5%          |
| Ποντιακή      | 2         | 4         | 1         | 7             |
| διάλεκτος     | 2,45%     | 5,3%      | 2,4%      | 3,5%          |
| Αλβανική      | 0         | 1         | 0         | 1             |
|               | 0%        | 1,3%      | 0%        | 0,5%          |
| Βουλγαρική    | 0         | 1         | 0         | 1             |
|               | 0%        | 1,3%      | 0%        | 0,5%          |
| <b>Σύνολα</b> | <b>82</b> | <b>76</b> | <b>42</b> | <b>200</b>    |

### **1.2.2 Μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες**

Ως μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες λήφθηκαν υπόψη μόνο όσοι μαθητές έχουν διαγνωστεί επίσημα από το αρμόδιο κέντρο (ΚΕΔΔΥ) και υπάρχει έκθεση με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους στα αρχεία του σχολείου. Με βάση τα στοιχεία αυτά, οι μαθητές με ΜΔ είναι συνολικά 11. Οι 6 από αυτούς φοιτούν στην Α τάξη, οι 3 στη Β και οι υπόλοιποι 2 στη Γ τάξη. Επειδή όμως ο όρος *Μαθησιακές Δυσκολίες* είναι αρκετά γενικός, θα υπεισέλθουμε σε λεπτομερέστερη περιγραφή των περιπτώσεων. Επίσης, σημειώνουμε στο σημείο

αυτό ότι στο σχολείο όπου φοιτούν οι συμμετέχοντες μαθητές δε λειτουργεί τμήμα ένταξης και δεν παρέχεται παράλληλη στήριξη σε κανένα μαθητή.

Από τους 11 μαθητές με ΜΔ, στους 3 αναφέρεται ως διάγνωση η *Δυσλεξία*. Οι μαθητές αυτοί φοιτούν ένας σε κάθε τάξη αντίστοιχα. Δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες στην εκτέλεση των αλγόριθμων των βασικών πράξεων, με εξαίρεση το μαθητή που φοιτά στην Α' τάξη, ο οποίος συναντά δυσκολίες στην εκτέλεση πολύπλοκων πράξεων, και το μαθητή της Γ' τάξης που δυσκολεύεται στον αλγόριθμο της διαίρεσης. Κανένας από τους τρεις δε γνωρίζει επαρκώς τον πίνακα της προπαίδειας.

Δύο μαθητές μας αντιμετωπίζουν *Δευτερογενείς Μαθησιακές Δυσκολίες*. Ο όρος «δευτερογενείς» μπορεί να θεωρηθεί ως συνώνυμο του «επίκτητες», και αν λάβουμε υπόψη ότι και οι δύο αυτοί μαθητές είναι επίσης δίγλωσσοι, θα μπορούσαμε να συμπεράνουμε ότι το περιβάλλον στο οποίο μεγαλώνουν επηρεάζει τις σχολικές τους επιδόσεις καθοριστικά. Συγκεκριμένα για τα μαθηματικά, ο ένας μαθητής συναντά δυσκολίες σε όλους τους αλγόριθμους, δεν εκτελεί πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς, δε γνωρίζει τη θεσιακή αξία των ψηφίων και δε γνωρίζει τον πίνακα της προπαίδειας. Ο δεύτερος δεν εκτελεί καθόλου τους αλγόριθμους του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, και δεν κατανοεί την έννοια του πολλαπλασιασμού ούτε ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση. Δε γνωρίζει την προπαίδεια. Και οι δύο αντιμετωπίζουν σημαντικά προβλήματα στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων.

Σε τρεις μαθήτριες, δύο από την Α' τάξη και έναν από τη Γ', ως διάγνωση αναφέρονται οι *Γενικευμένες Μαθησιακές Δυσκολίες*. Σε ό,τι αφορά τα μαθηματικά, η μία μαθήτρια της Α' τάξης θεωρείται ότι έχει χαμηλό επίπεδο σε όλες τις μαθηματικές δεξιότητες. Οι άλλες δύο αντιμετωπίζουν προβλήματα σε όλους τους αλγόριθμους των πράξεων με αποτέλεσμα να αδυνατούν να τους ακολουθήσουν σωστά, δε γνωρίζουν επαρκώς τον πίνακα της προπαίδειας και συναντούν δυσκολίες στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Η μία από αυτές είναι επίσης δίγλωσση.

Η διάγνωση για δύο άλλους μαθητές είναι *Σύνθετες Γνωστικές, Συναισθηματικές και Κοινωνικές Δυσκολίες*. Εδώ οι μαθητές μας αντιμετωπίζουν σημαντικά προβλήματα στη βραχύχρονη μνήμη. Και οι δύο δε γνωρίζουν τους αλγόριθμους του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, αδυνατούν να κατανοήσουν λεκτικά προβλήματα και δε γνωρίζουν τον πίνακα της προπαίδειας. Και οι δύο μαθητές αυτοί είναι επίσης δίγλωσσοι.

Τέλος, ένας μαθητής, ο οποίος επίσης είναι δίγλωσσος, έχει διαγνωστεί με *Νοητική Ανεπάρκεια ή Ανωριμότητα*. Σε αντίθεση με όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις, εδώ έχουμε ένα μαθητή που παρουσιάζει χαμηλότερες νοητικές ικανότητες από αυτές που αντιστοιχούν στην ηλικία του. Δε γνωρίζει την προπαίδεια, δεν εκτελεί πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις και δεν κατανοεί τη δομή των προβλημάτων.

Στους πίνακες 1γ και 1δ που ακολουθούν, μπορούμε να δούμε τα ποσοστά των μαθητών με Μαθησιακές Δυσκολίες, αναλυτικά τις περιπτώσεις τους και πώς κατανέμονται στις τάξεις.

**Πίνακας 1γ**

| Τάξεις | Μαθητές που<br>αντιμετωπίζουν ΜΔ | Μαθητές που δεν<br>αντιμετωπίζουν ΜΔ |
|--------|----------------------------------|--------------------------------------|
|        | 6                                | 76                                   |
| Α'     | (7,3%)                           | (92,7%)                              |
|        | 3                                | 73                                   |
| Β'     | (4%)                             | (96%)                                |
|        | 2                                | 40                                   |
| Γ'     | (4,8%)                           | (95,2%)                              |
|        | 11                               | 189                                  |
| Σύνολα | (5,5%)                           | (94,5%)                              |

**Πίνακας 16**

| <i>Τάξη</i>          |           |           |           |               |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|---------------|
|                      | <i>A'</i> | <i>B'</i> | <i>Γ'</i> | <i>Σύνολα</i> |
| <i>Είδος ΜΔ</i>      |           |           |           |               |
| <i>Δυσλεξία</i>      | 1         | 1         | 1         | 3             |
| <i>Γενικευμένες</i>  |           |           |           |               |
| <i>ΜΔ</i>            | 2         | 0         | 1         | 3             |
| <i>Δευτερογενείς</i> |           |           |           |               |
| <i>ΜΔ</i>            | 2         | 0         | 0         | 2             |
| <i>Σύνθετες</i>      |           |           |           |               |
| <i>Γνωστικές</i>     |           |           |           |               |
| <i>Συναισθη-</i>     | 1         | 1         | 0         | 2             |
| <i>ματικές και</i>   |           |           |           |               |
| <i>Κοινωνικές</i>    |           |           |           |               |
| <i>Δυσκολίες</i>     |           |           |           |               |
| <i>Νοητική</i>       |           |           |           |               |
| <i>Ανεπάρκεια -</i>  | 0         | 1         | 0         | 1             |
| <i>Ανωριμότητα</i>   |           |           |           |               |
| <b>Σύνολα</b>        | <b>6</b>  | <b>3</b>  | <b>2</b>  | <b>11</b>     |

**1.3 Διαδικασία**

Από τους μαθητές ζητήθηκε να επιλύσουν τις ασκήσεις μιας γραπτής δοκιμασίας (ερωτηματολόγιο). Τα ερωτηματολόγια συμπληρώθηκαν από τους μαθητές μέσα στις τάξεις διδασκαλίας. Οι μαθητές ενημερώθηκαν πριν τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου για το σκοπό της έρευνάς μας και ότι δε θα χρησιμοποιούνταν για την ατομική τους αξιολόγηση. Το όνομα που έπρεπε να συμπληρώσουν τέθηκε μόνο για τη διάκριση των περιπτώσεων όπου ο μαθητής ή η μαθήτρια αντιμετωπίζει ΜΔ ή είναι δίγλωσσος/η. Υπήρχε πάντα καλό κλίμα πριν και κατά τη διάρκεια της εργασίας των μαθητών και όλοι οι μαθητές πρόθυμα ανταποκρίθηκαν να απαντήσουν στη δοκιμασία. Ο χρόνος που

δόθηκε ήταν μία διδακτική ώρα και η εργασία του κάθε μαθητή ήταν ατομική. Απαντήθηκαν και τα 200 ερωτηματολόγια.

#### **1.4 Ανάλυση των ερωτήσεων του ερωτηματολογίου**

Η γραπτή δοκιμασία που δόθηκε στους μαθητές χωρίζεται σε τρία βασικά μέρη:

*A. Νοεροί υπολογισμοί*

*B. Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί*

*Γ. Γραπτός αλγόριθμος πολλαπλασιασμού*

Ακολουθώς θα δούμε τι περιλαμβάνει το καθένα από αυτά, αναλυτικά.

##### ***1.4.1 Ανάλυση των ερωτήσεων – Περιγραφή των στρατηγικών στους Νοερούς Υπολογισμούς***

Το πρώτο μέρος αποτελείται από την άσκηση I που απαρτίζεται από έξι υποερωτήματα (από Ia έως Iστ). Η άσκηση αυτή περιλαμβάνει έξι οριζόντιους πολλαπλασιασμούς και το ζητούμενο από τους μαθητές εδώ είναι να πραγματοποιήσουν *Νοερούς Υπολογισμούς*. Στο σημείο αυτό σημειώνουμε ότι ζητήθηκε από τους μαθητές και τονίστηκε με ιδιαίτερη έμφαση να εκτελέσουν νοερά, «στο μυαλό τους» τα γινόμενα, και να γράψουν ως απάντηση μόνο το αποτέλεσμα που βρήκαν.

Οι δύο πρώτοι (Iα:  $2 \times 9$  και Iβ:  $5 \times 6$ ) υπάρχουν στον πίνακα της προπαίδειας και σκοπός ήταν να εξετάσουμε αν οι μαθητές τα γνωρίζουν από έξω, και αν όχι, με ποιον τρόπο απαντούν. Οι υπόλοιποι τέσσερις (Iγ:  $5 \times 12$ , Iδ:  $12 \times 15$ , Iε:  $7 \times 99$ , Iστ:  $25 \times 480$ ) δεν υπάρχουν στον πίνακα της προπαίδειας και στόχος ήταν να εξετάσουμε αν οι μαθητές κάνουν χρήση κάποιων στρατηγικών για να υπολογίσουν νοερά, και ποιες είναι οι στρατηγικές αυτές, ή αν χρησιμοποιούν το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού. Δίπλα σε κάθε υποερώτημα υπήρχε το ερώτημα «Πώς σκέφτηκα», ώστε οι μαθητές να μας περιγράψουν τις στρατηγικές που πιθανόν ακολούθησαν.

Για τους *Νοερούς Υπολογισμούς* (A), λήφθηκαν υπόψη οι άτυπες στρατηγικές που επινοούν οι μαθητές σύμφωνα με την Jae – Meen Baek (1998), οι οποίες έχουν προαναφερθεί στο θεωρητικό μέρος, δηλαδή οι στρατηγικές της άμεσης μοντελοποίησης (*direct modeling*), της άμεσης ανάκλησης (*direct retrieval*), του ολόκληρου αριθμού (*complete number strategies*), του διασπασμένου αριθμού (*partitioning number strategies*), και οι

στρατηγικές αντιστάθμισης (*compensating strategies*), ή και η μη χρήση κάποιας στρατηγικής, αφού οι μαθητές μπορεί να εκτέλεσαν απλώς το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού.

#### **1.4.2 Ανάλυση των ερωτήσεων – Περιγραφή των στρατηγικών στους Κατ' εκτίμηση Υπολογισμούς**

Το δεύτερο μέρος αποτελείται από τρία λεκτικά προβλήματα II, III και IV και ο στόχος μας εδώ είναι να εξετάσουμε κατά πόσο οι μαθητές μας πραγματοποιούν υπολογισμούς κατ' εκτίμηση ή αν υπολογίζουν ακριβώς παραμένοντας στην ασφάλεια του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, σε ποσά που στρογγυλοποιούνται εύκολα. Δηλώνουμε καταρχήν ότι για τη σύνταξη του δεύτερου μέρους, λήφθηκαν υπόψη τα είδη υπολογισμών σύμφωνα με την M. Van den Heuvel-Panhuizen (2008), τα οποία επίσης έχουν προαναφερθεί στο θεωρητικό μέρος, δηλαδή ο άτυπος υπολογισμός (*informal estimation*), ο υπολογισμός υπό κανόνες (*rule-directed estimation*) και ο ευέλικτος υπολογισμός (*flexible estimation*).

Ας αναλύσουμε τώρα τα τρία προβλήματα που απαρτίζουν το δεύτερο μέρος της γραπτής δοκιμασίας. Το δεύτερο πρόβλημα (II) κατατάσσεται στην πρώτη κατηγορία υπολογισμών που προαναφέρθηκαν, δηλαδή στους άτυπους υπολογισμούς με ακέραιους αριθμούς. Εδώ οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε ερώτηση “*μου φτάνουν / είναι αρκετά;*” με ναι ή όχι. Πιο συγκεκριμένα, ζητάμε να εκτιμήσουν αν οι 10.000 πόντοι που έχουν μαζέψει τους φτάνουν για να αποκτήσουν 6 κούπες, η καθεμία εκ των οποίων ισοδυναμεί με 1.495 πόντους. Η σωστή απάντηση στην ερώτηση είναι προφανώς το “*ναι*”, το οποίο καταγράφεται ως επιτυχία στη συγκεκριμένη ερώτηση.

Στο πρόβλημα III, έχουμε ένα πρόβλημα το οποίο κατατάσσεται στη δεύτερη κατηγορία υπολογισμών, δηλαδή στους υπολογισμούς υπό κανόνες με δεκαδικούς αριθμούς. Εδώ ζητάμε από τους μαθητές να υπολογίσουν πόσα χρήματα θα χρειαστούν για μια λέξη 6 γραμμάτων, για να τη γράψουν είτε με ξύλινα (υποερώτημα α), είτε με πλαστικά γράμματα (υποερώτημα β), αν το κάθε ένα ξύλινο γράμμα κοστίζει 3,95 ευρώ, ενώ το κάθε ένα πλαστικό γράμμα κοστίζει 2,55 ευρώ. Τους δίνουμε τη δυνατότητα να απαντήσουν “περίπου, με ακέραιο αριθμό” και θέλουμε να ελέγξουμε τι είδους στρογγυλοποιήσεις θα επιλέξουν να κάνουν. Ως σωστές απαντήσεις θεωρούνται τα 24 ευρώ για το υποερώτημα (α), δηλαδή  $4 \times 6$ , και τα 15 ευρώ για το (β), δηλαδή  $2,5 \times 6$ . Στα

προβλήματα II και III τίθεται και πάλι το ερώτημα «Πώς σκέφτηκα;» με σκοπό να μελετήσουμε και εδώ τις στρατηγικές που ακολουθήθηκαν από τους μαθητές.

Το πρόβλημα IV είναι μια ερώτηση πολλαπλής επιλογής, που ανήκει και πάλι στους υπολογισμούς υπό κανόνες με δεκαδικούς αριθμούς. Δίνουμε το μήκος (8,92 m), το πλάτος (2,09m) και το ύψος (2,89m) της καρότσας μιας νταλίκας σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και ζητάμε από τους μαθητές να προσδιορίσουν ποια από τις τέσσερις επιλογές που δίνονται ανταποκρίνεται καλύτερα στον όγκο της. Στις τέσσερις επιλογές που δίνονται, οι αριθμοί είναι ακέραιοι και οι μαθητές καλούνται να επιλέξουν την πιο σωστή στρογγυλοποίηση. Ως σωστή απάντηση θεωρείται η επιλογή Γ, στην οποία το μήκος στρογγυλοποιείται στα 9m, το πλάτος στα 2m και το ύψος στα 3m. Στο πρόβλημα IV δε ζητείται από τους μαθητές να καταγράψουν τρόπο σκέψης, δηλαδή δεν κάνουμε έλεγχο στρατηγικών.

#### **1.4.3 Ανάλυση των ερωτήσεων – Γραπτός Αλγόριθμος Πολλαπλασιασμού**

Τέλος, το τρίτο μέρος της γραπτής δοκιμασίας περιλαμβάνει την άσκηση V όπου έχουμε δύο υποερωτήματα *γραπτού πολλαπλασιασμού* με το γνωστό, κλασικό αλγόριθμο που έχουν μάθει οι μαθητές να εκτελούν από το δημοτικό σχολείο. Ο πρώτος (υποερώτημα Va) είναι μεταξύ διψήφιου και μονοψήφιου αριθμού ( $57 \times 7$ ) και περιλαμβάνει το μέτριας δυσκολίας γινόμενο  $7 \times 7$  και το μικρής δυσκολίας  $5 \times 7$ , ενώ ο δεύτερος (Vβ) που είναι μεταξύ τριψήφιου και διψήφιου ( $308 \times 29$ ), περιλαμβάνει πιο δύσκολα γινόμενα όπως το  $8 \times 9$ , καθώς και γινόμενο επί το μηδέν. Το ερωτηματολόγιο παρουσιάζεται στο παράρτημα Β.

## **2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

Πιο κάτω θα δούμε τα αποτελέσματα της έρευνάς μας, πρώτα γενικά και συνολικά για όλο το δείγμα και στη συνέχεια θα συγκρίνουμε τις προαναφερθείσες ομάδες τις οποίες θέλουμε να εξετάσουμε ως προς την επίδοση, αλλά και ως προς τις στρατηγικές που επέλεξαν να ακολουθήσουν. Οι συγκρίσεις σε ό,τι αφορά τους μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές είναι γενικά ποιοτικές, καθώς τα γραπτά τους εξετάζονται αναλυτικά ένα προς ένα. Η μόνη ποσοτική σύγκριση που διεξήχθη, ήταν σε επίπεδο μέσων όρων. Ποιοτική ανάλυση γίνεται επίσης και σε ό,τι αφορά τις στρατηγικές που ακολουθούν οι διάφορες ομάδες. Οι επιδόσεις των μαθητών στις υπόλοιπες περιπτώσεις αναλύονται ποσοτικά. Η επίδοση των μαθητών χαρακτηρίζεται ως επιτυχία ή αποτυχία (συμπεριλαμβάνεται εδώ και η μη απάντηση) και αποτελεί ποσοτική μεταβλητή στην έρευνά μας. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήσαμε για τις στατιστικές μας αναλύσεις είναι το SPSS. Στην περίπτωση της σύγκρισης των επιδόσεων των δίγλωσσων και μη μαθητών, πραγματοποιήθηκαν T-Tests για ανεξάρτητα δείγματα, ενώ στην περίπτωση της σύγκρισης των επιδόσεων των μαθητών των τριών τάξεων πραγματοποιήθηκε έλεγχος με Oneway ANOVA. Οι στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές θα αναλυθούν ποιοτικά.

### **2.1 Συνολική εικόνα δείγματος**

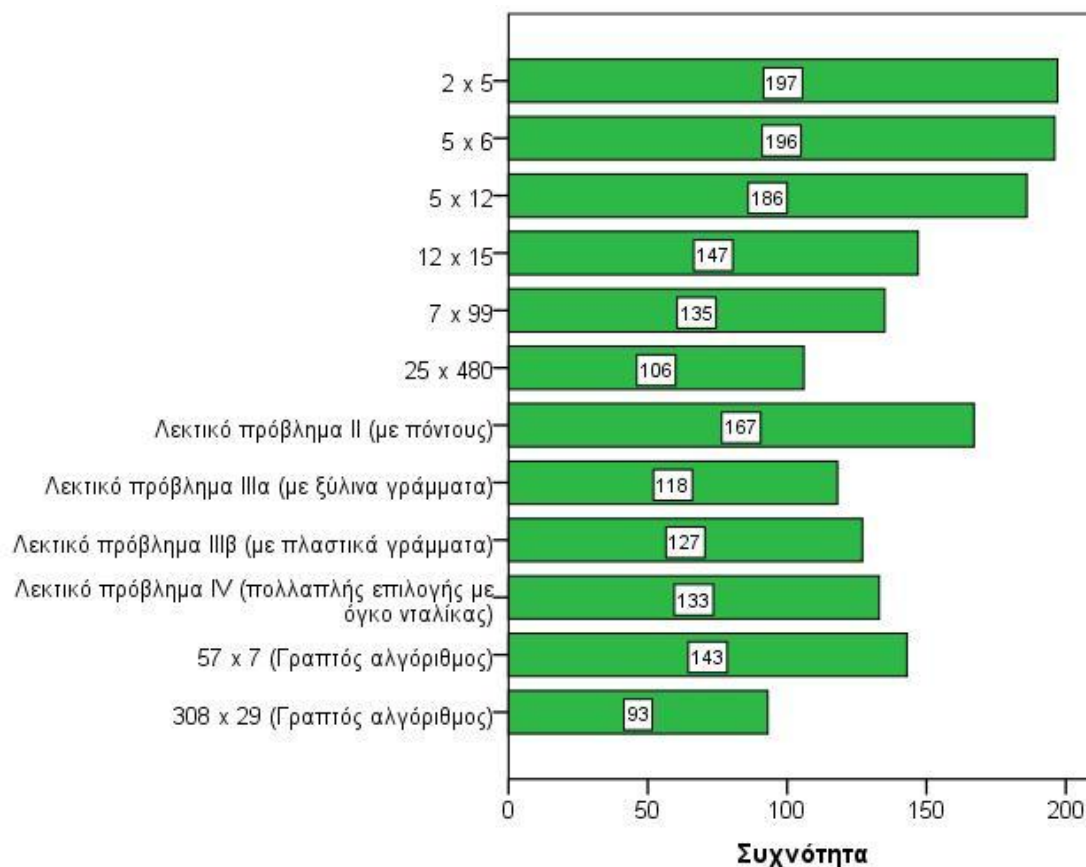
Αρχικά, θα εξετάσουμε την εικόνα που παρουσίασε το δείγμα στο σύνολό του. Θα ξεκινήσουμε τη μελέτη των αποτελεσμάτων με τις επιδόσεις των μαθητών σε όλα τα ερωτήματα της γραπτής δοκιμασίας. Ακολουθώντας, θα ελέγξουμε, βάσει των επιδόσεών τους, ποιες ερωτήσεις θεωρήθηκαν δύσκολες και ποιες εύκολες για αυτούς. Θα εξετάσουμε τα λάθη που έκαναν κατά τη διάρκεια της επίλυσης των θεμάτων σύμφωνα με τις οδηγίες που τους δόθηκαν, και στο τέλος, θα δούμε με λεπτομέρειες τις στρατηγικές που επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν.

#### **2.1.1 Επιδόσεις**

Στο ραβδόγραμμα 1 που περιλαμβάνεται πιο κάτω, βλέπουμε πόσοι από τους 200 μαθητές απάντησαν σωστά σε κάθε ένα από τα 12 ερωτήματα της

γραφτής δοκιμασίας. Στον πίνακα 2α που ακολουθεί, μπορούμε να δούμε τους μέσους όρους των επιτυχιών που σημείωσαν οι μαθητές σε κάθε ένα από τα τρία μέρη – στους *Νοερούς Υπολογισμούς*, στους *Κατ' εκτίμηση Υπολογισμούς* και στο *Γραπτό Αλγόριθμο* του πολλαπλασιασμού.

**Ραβδόγραμμα 1**



**Πίνακας 2α**

|                                 | Νοεροί<br>Υπολογισμοί<br>(Μέρος 1ο) | Κατ' εκτίμηση<br>Υπολογισμοί<br>(Μέρος 2ο) | Γραπτός<br>αλγόριθμος<br>(Μέρος 3ο) |
|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------|
| <i>Μέσοι Όροι<br/>επιτυχιών</i> | 80,6%                               | 68,1%                                      | 59%                                 |

Στην άσκηση I λοιπόν, όπου ζητήσαμε από τους μαθητές να υπολογίσουν νοερά τα 6 γινόμενα που τους δόθηκαν, στα πρώτα δύο ερωτήματα

που περιλαμβάνονται στον πίνακα της προπαίδειας, τα ποσοστά επιτυχίας είναι ιδιαίτερα υψηλά, κοντά στην απόλυτη επιτυχία (197 και 196 στους 200 αντίστοιχα), ενώ στα υπόλοιπα τέσσερα τα ποσοστά επιτυχίας ακολουθούν φθίνουσα πορεία, φτάνοντας στο τελευταίο υποερώτημα (Ιστ) (διψήφιος επί τριψήφιο), όπου περίπου οι μισοί μαθητές, για την ακρίβεια μόνο οι 106 από τους 200 μαθητές απαντούν σωστά (53%).

Ας δούμε τώρα ποια είναι η συνολική εικόνα του δείγματός μας σε ό,τι αφορά τα τρία λεκτικά προβλήματα εκτίμησης που κλήθηκαν II, III και IV του δεύτερου μέρους της δοκιμασίας. Στην άσκηση II έχουμε σημαντική επιτυχία στις σωστές απαντήσεις των συμμετεχόντων, αφού σωστή απάντηση δίνουν οι 167 στους 200 μαθητές (83,5%), ενώ στην III το μέρος των μαθητών που υπολόγισαν λανθασμένα ήταν αρκετά μεγάλο. Στο πρόβλημα IV, το ερώτημα πολλαπλής επιλογής, οι επιδόσεις μπορούν να θεωρηθούν σχετικά μέτριες (66,5%), λόγω της μορφής της άσκησης, αφού δε χρειαζόταν να υπολογίσουν, παρά να επιλέξουν τα σωστά ποσά από αυτά που τους προτείνονταν. Από το μέσο όρο των επιδόσεων συνολικά στο δεύτερο μέρος της δοκιμασίας παρατηρούμε ότι λιγότεροι από τα τρία τέταρτα των μαθητών (68,1%) απαντούν σωστά στα λεκτικά προβλήματα υπολογισμών (Πίνακας 2).

Όσον αφορά το τρίτο μέρος της γραπτής δοκιμασίας, όπου ζητήσαμε από τους μαθητές να εκτελέσουν το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, παρατηρήσαμε χαμηλά ποσοστά επιτυχημένων απαντήσεων, με χαμηλότερο αυτό του υποερωτήματος Vβ (308x29), στο οποίο σχεδόν οι μισοί μαθητές (93 στους 200, το 46,5%) έδωσαν λανθασμένη απάντηση. Ο μέσος όρος των επιτυχιών στους γραπτούς αλγόριθμους ήταν 59%, ποσοστό ιδιαίτερα χαμηλό.

Μελετώντας τις επιδόσεις του κάθε μαθητή ατομικά μας στο σύνολο των 12 ερωτημάτων που τίθενται στις ασκήσεις και τα προβλήματα της γραπτής δοκιμασίας, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις κατηγορίες: *χαμηλή, μεσαία και υψηλή επίδοση*. Στην πρώτη ανήκουν οι μαθητές που σημείωσαν από 0 έως και 4 σωστές απαντήσεις στις 12, στη δεύτερη αυτοί που σημείωσαν από 5 έως και 9 σωστές απαντήσεις, και τέλος στην κατηγορία υψηλής επίδοσης εκείνοι που απάντησαν σωστά σε 10 έως και 12 ερωτήματα. Ακολουθεί ο πίνακας 2β, ο οποίος περιλαμβάνει το πλήθος των μαθητών που ανήκει σε κάθε κατηγορία, και το αντίστοιχο ποσοστό του επί του συνόλου των 200 συμμετεχόντων μαθητών.

**Πίνακας 2β**

|                | Χαμηλή επίδοση<br>(0 - 4 σωστές<br>απαντήσεις) | Μεσαία επίδοση<br>(5 - 9 σωστές<br>απαντήσεις) | Υψηλή επίδοση<br>(10 - 12 σωστές<br>απαντήσεις) |
|----------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| <i>Πλήθος</i>  | 14                                             | 91                                             | 95                                              |
| <i>μαθητών</i> | 7%                                             | 45,5%                                          | 47,5%                                           |

Από τον παραπάνω πίνακα λαμβάνουμε μια επίσης γενική εικόνα των επιδόσεων που σημείωσαν οι μαθητές μας στα προβλήματα και τις ασκήσεις της γραπτής δοκιμασίας. Οι μαθητές που επιτυγχάνουν υψηλές επιδόσεις υπερέχουν οριακά εκείνων που τα πήγαν μέτρια (47,5% για την υψηλή και 45,5% για τη μεσαία επίδοση αντίστοιχα).

### **2.1.2 Εύκολες και δύσκολες ερωτήσεις**

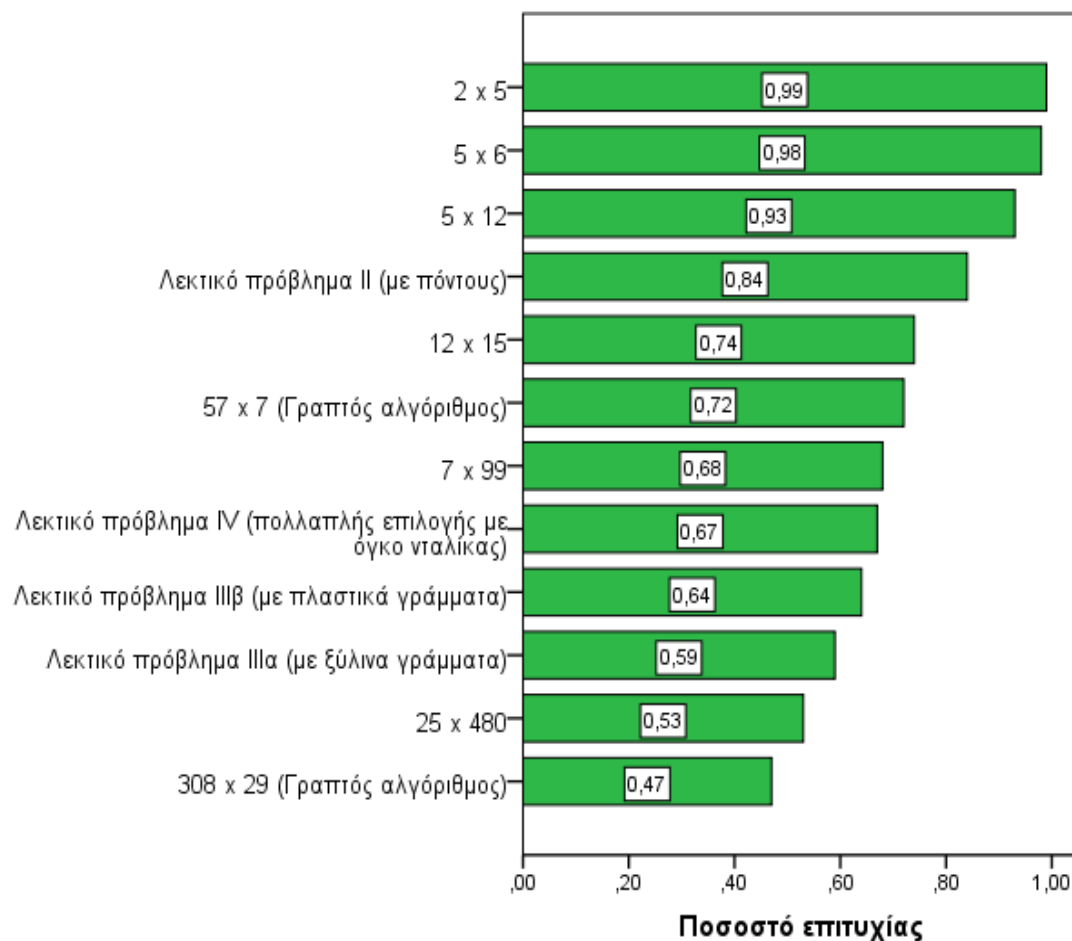
Με τη βοήθεια του ραβδογράμματος 2 που ακολουθεί, μπορούμε να δούμε τις επιδόσεις των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα κατά φθίνουσα σειρά επίδοσης. Παρατηρούμε ότι οι μαθητές σημείωσαν ιδιαίτερα υψηλές επιδόσεις (πάνω από 90%) στα τρία πρώτα ερωτήματα του πρώτου μέρους της γραπτής δοκιμασίας, δηλαδή στα δύο ερωτήματα που περιλαμβάνονται στον πίνακα της προπαίδειας (2x5 και 5x6), και στο γινόμενο 5x12. Τα τρία πρώτα ερωτήματα των νοερών υπολογισμών λοιπόν θεωρήθηκαν ως τα πιο εύκολα ερωτήματα της δοκιμασίας. Σχετικά υψηλό επίπεδο επιτυχίας είχαμε και στο λεκτικό πρόβλημα II, στο οποίο καλούνταν να αποφασίσουν αν τους φτάνουν 10.000 πόντοι για να πάρουν 6 κούπες των 1.495 πόντων η κάθε μία, δίνοντας μια μονολεκτική απάντηση – ναι, μου φτάνουν ή όχι, δε μου φτάνουν. Το 84% των μαθητών εκτίμησε σωστά ότι το 1.495 μπορεί να «χωρέσει» 6 φορές στο 10.000.

Δεν παρατηρούμε κάτι αντίστοιχο όμως και στο άλλο λεκτικό πρόβλημα εκτίμησης, στο οποίο τους ζητήθηκε να υπολογίσουν κατ' εκτίμηση δύο γινόμενα αριθμών που στρογγυλοποιούνται εύκολα. Στο ερώτημα όπου έπρεπε να εκτιμήσουν πόσο περίπου κοστίζουν 6 ξύλινα γράμματα, γνωρίζοντας την τιμή του ενός, μόνο το 59% των μαθητών απαντά σωστά. Πιο δύσκολα ακόμη όμως θεωρήθηκαν τα ερωτήματα που περιλάμβαναν υπολογισμούς πολυψήφιων γινομένων. Οι μαθητές μας συνάντησαν ιδιαίτερες δυσκολίες στο

να πολλαπλασιάσουν διψήφιο επί τριψήφιο αριθμό, είτε νοερά, στο τελευταίο ερώτημα του πρώτου μέρους (25x480), είτε εκτελώντας το γραπτό αλγόριθμο στο δεύτερο ερώτημα του τρίτου μέρους (308x29). Τα ποσοστά επιτυχίας που καταγράφηκαν είναι 53% και 47% αντίστοιχα, δηλαδή περίπου οι μισοί μαθητές τα καταφέρνουν. Όσο για τα λάθη των υπόλοιπων, θα τα δούμε πιο κάτω.

Στο ραβδόγραμμα 2 που ακολουθεί, βλέπουμε τις επιδόσεις των μαθητών κατά φθίνουσα σειρά.

**Ραβδόγραμμα 2**



### **2.1.3 Τα λάθη των μαθητών**

Οι μαθητές εκτελώντας νοερούς υπολογισμούς, αλλά και χρησιμοποιώντας το γραπτό αλγόριθμο που θα δούμε παρακάτω, κάνουν ποικίλα λάθη που σχετίζονται με τα επί μέρους γινόμενα των ψηφίων των δοσμένων αριθμών, ή με την πρόσθεση των επί μέρους γινομένων. Το λάθος που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα αφορά το υποερώτημα Ιδ:  $12 \times 15$ , όπου το 6% των μαθητών (δηλαδή οι 12 από τους 200 συνολικά μαθητές) απαντούν ως εξής:  $12 \times 15 = 10 \times 10 + 2 \times 5 = 100 + 10 = 110$ .

Στο δεύτερο μέρος της γραπτής δοκιμασίας τα περισσότερα λάθη που σημειώνονται, γίνονται από τους μαθητές που επιλέγουν να υπολογίσουν ακριβώς, και όχι κατ' εκτίμηση, και αφορούν κυρίως το πρόβλημα ΙΙΙ. Οι μαθητές δυσκολεύονται ιδιαίτερα στο σωστό υπολογισμό των γινομένων  $6 \times 3,95$  και  $6 \times 2,55$ , είτε υπολογίζοντας λανθασμένα τα επί μέρους γινόμενα μεταξύ των ψηφίων των αριθμών, είτε τοποθετώντας την υποδιαστολή σε λάθος σημείο. Αξίζει επίσης να σημειώσουμε ότι στο πρόβλημα ΙΙ, δηλαδή στο πρόβλημα με τις κούπες, υπήρξαν περιπτώσεις όπου κάποιοι μαθητές (και συγκεκριμένα οι 6 από τους 200, δηλαδή το 3% των μαθητών) έκαναν πρόσθεση ή πολλαπλασιασμό μεταξύ των συνολικών πόντων και των πόντων της μιας κούπας, και στην άσκηση ΙΙΙ κάποιοι μαθητές (το 9,5% των μαθητών κατά μέσο όρο και για τα δύο υποερωτήματα του προβλήματος) έκαναν πράξεις μεταξύ των τιμών των ξύλινων και των πλαστικών γραμμάτων. Το συγκεκριμένο λάθος εμφανίζεται πιο κάτω στον πίνακα 3στ όπου καταχωρούνται οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές στο δεύτερο μέρος της δοκιμασίας, ως μη κατανόηση του λεκτικού προβλήματος.

Όσον αφορά το τρίτο μέρος, τα κυριότερα λάθη των μαθητών στη διεξαγωγή του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού αφορούν τα επί μέρους γινόμενα μεταξύ των ψηφίων. Πιο συγκεκριμένα, για το πρώτο υποερώτημα ( $57 \times 7$ ), πολλοί μαθητές σημειώνουν ότι  $7 \times 7 = 14$  ή 42, και ότι  $5 \times 7 = 45$ , ενώ για το Vβ σημειώνουν ότι  $9 \times 8 = 81$ . Πολλοί μαθητές επίσης δεν ολοκληρώνουν τον αλγόριθμο, πολλαπλασιάζοντας μόνο το ένα από τα δύο ψηφία του δοσμένου αριθμού. Σε μικρότερη κλίμακα συναντάμε λάθη στις προσθέσεις ή στα κρατούμενα (δηλαδή σημειώνουν τις δεκάδες και κρατούν τις μονάδες), λάθη στη χρήση του αλγόριθμου (δηλαδή στο τέλος κάνουν αφαίρεση αντί για πρόσθεση), καθώς και τοποθέτηση ψηφίων σε λανθασμένες θέσεις, που δηλώνουν μη κατανόηση της θεσιακής αξίας των ψηφίων αυτών.

### **2.1.4 Στρατηγικές**

Ας εξετάσουμε τώρα τις στρατηγικές που επέλεξαν να ακολουθήσουν οι μαθητές ώστε να ανταπεξέλθουν στα ερωτήματα των τριών μερών της δοκιμασίας. Εδώ επικεντρώνουμε μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον. Υπενθυμίζουμε ότι από τους μαθητές ζητήθηκε να περιγράψουν τον τρόπο που σκέφτηκαν σε όλα τα ερωτήματα του πρώτου μέρους που περιλαμβάνει τους νοερούς υπολογισμούς, και στα δύο εκ των τριών λεκτικών προβλημάτων, στο II και στο III. Στο πρόβλημα IV τους ζητήσαμε απλώς να επιλέξουν μία από τις τέσσερις απαντήσεις, χωρίς να δικαιολογήσουν (ερώτημα πολλαπλής επιλογής). Στο τρίτο μέρος η στρατηγική ήταν προκαθορισμένη – ο γραπτός αλγόριθμος.

#### 2.1.4a Νοεροί Υπολογισμοί

Στους νοερούς υπολογισμούς του πρώτου μέρους, παρατηρήθηκε ότι στα δύο πρώτα υποερωτήματα της άσκησης I, το μεγαλύτερο ποσοστό των συμμετεχόντων μαθητών απάντησε από μνήμης (78% για το Ia και 80,5% για το Ib), ενώ ένα σημαντικό ποσοστό (14%) έκανε πρόσθεση αντί για πολλαπλασιασμό στο Ia, δηλαδή  $2 \times 9 = 9 + 9 = 18$ . Στο Iγ ( $5 \times 12$ ), το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών (28%) απαντά πως το γνώριζε από μνήμης, παρόλο που δεν περιλαμβάνεται στον πίνακα της προπαίδειας, ενώ το 24% διασπά το 12 σε δεκάδες ( $12=10+2$ ). Αξίζει να σημειώσουμε ότι και στα τρία τελευταία υποερωτήματα, λιγότεροι από τους μισούς μαθητές επιλέγουν να υπολογίσουν νοερά και στρέφονται στην ασφάλεια του γραπτού αλγόριθμου. Για παράδειγμα, στο Iστ ( $25 \times 480$ ) μόνο το 37,5% των μαθητών υπολογίζει νοερά. Τέλος, σταδιακά αυξάνεται το ποσοστό των μαθητών που δεν περιγράφουν στρατηγική.

Στον πίνακα 2γ που ακολουθεί στη επόμενη σελίδα, μπορούμε να δούμε τα ακριβή αποτελέσματα.

**Πίνακας 2γ**

|                                                  | 2 x 9      | 5 x 6        | 5 x 12      | 12 x 15     | 7 x 99       | 25 x 480     | Μ.Ο. Χρήσης<br>στρατηγικών |
|--------------------------------------------------|------------|--------------|-------------|-------------|--------------|--------------|----------------------------|
| <b>Στρατηγικές</b>                               |            |              |             |             |              |              |                            |
| <i>Γνωρίζει από μνήμης</i>                       | 156<br>78% | 161<br>80,5% | 56<br>28%   | 3<br>1,5%   | 0<br>0%      | 0<br>0%      | 31,3%                      |
| <i>Προσθέτει επαναλαμβανόμενα</i>                | 28<br>14%  | 14<br>7%     | 20<br>10%   | 16<br>8%    | 20<br>10%    | 14<br>7%     | 9,3%                       |
| <i>Διασπά σε προσθετέους ή πολλαπλάσια</i>       | 1<br>0,5%  | 9<br>4,5%    | 48<br>24%   | 30<br>15%   | 12<br>6%     | 9<br>4,5%    | 9,1%                       |
| <i>Στρογγυλοποιεί ή ρυθμίζει τον έναν αριθμό</i> | 0<br>0%    | 0<br>0%      | 3<br>1,5%   | 2<br>1%     | 18<br>9%     | 1<br>0,5%    | 2%                         |
| <i>Εκτελεί το γραπτό αλγόριθμο</i>               | 1<br>0,5%  | 0<br>0%      | 49<br>24,5% | 108<br>54%  | 105<br>52,5% | 125<br>62,5% | 32,3%                      |
| <i>Μετράει με τα δάχτυλα</i>                     | 2<br>1%    | 4<br>2%      | 6<br>3%     | 4<br>2%     | 1<br>0,5%    | 1<br>0,5%    | 1,5%                       |
| <i>Δεν απαντά</i>                                | 12<br>6%   | 12<br>6%     | 18<br>9%    | 37<br>18,5% | 44<br>22%    | 50<br>25%    | 14,5%                      |

#### 2.1.4β Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί

Εδώ, μας ενδιέφερε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις, αν οι μαθητές μας προτίμησαν να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα, ή αν επέλεξαν να υπολογίσουν ακριβώς και γραπτά, μέσω γνωστών αλγόριθμων των πράξεων. Στην άσκηση II, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι περισσότεροι μαθητές (61%) προτιμούν να υπολογίσουν ακριβώς, και όχι κατ' εκτίμηση, και χρησιμοποιώντας τους γραπτούς αλγόριθμους των πράξεων. Λίγοι περισσότεροι από ένας στους πέντε μαθητές (21,5%) δεν περιγράφει τη στρατηγική που ακολούθησε. Λεπτομερέστερα στοιχεία μπορούμε να δούμε πιο κάτω, στον πίνακα 2δ.

**Πίνακας 2δ**

| <i>Ερωτήματα</i>                                                    | <i>Στρατηγικές</i> | <i>Υπολογίζει κατ' εκτίμηση</i> | <i>Υπολογίζει ακριβώς</i> | <i>Δεν κατανοεί το πρόβλημα</i> | <i>Δεν απαντά</i> |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------------------|-------------------|
| <i>II: Λεκτικό πρόβλημα με συλλογή πόντων για κούπες</i>            |                    | 29                              | 122                       | 6                               | 43                |
|                                                                     |                    | 14,5%                           | 61%                       | 3%                              | 21,5%             |
| <i>IIIa: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Ξύλινα γράμματα</i>   |                    | 82                              | 94                        | 17                              | 7                 |
|                                                                     |                    | 41%                             | 47%                       | 8,5%                            | 3,5%              |
| <i>IIIβ: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Πλαστικά γράμματα</i> |                    | 78                              | 95                        | 21                              | 6                 |
|                                                                     |                    | 39%                             | 47,5%                     | 10,5%                           | 3%                |
| <i>Μέσοι Όροι χρήσης στρατηγικών</i>                                |                    | 31,5%                           | 51,8%                     | 7,3%                            | 9,4%              |

Θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον μια πιο ενδελεχής ανάγνωση των αποτελεσμάτων. Παρατηρήσαμε, για παράδειγμα, ότι το ποσοστό επιτυχίας των μαθητών στο λεκτικό πρόβλημα II ήταν αρκετά υψηλό (83,5%). Πόσοι όμως από αυτούς τους μαθητές έφτασαν στη σωστή απάντηση μέσω υπολογισμών κατ' εκτίμηση, κάτι που ήταν και το ζητούμενο στα λεκτικά προβλήματα; Από το σύνολο των μαθητών που απαντά σωστά σε κάθε ένα ερώτημα των λεκτικών προβλημάτων, οι μισοί περίπου εκτίμησαν το αποτέλεσμα στο πρόβλημα III, όπου όμως και οι επιδόσεις ήταν σχετικά χαμηλές, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για το πρόβλημα II ήταν 16,7%, εξαιρετικά χαμηλό. Τα ποσοστά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 2ε.

**Πίνακας 2ε**

|                                           | <i>II: Λεκτικό πρόβλημα με συλλογή πόντων για κούπες</i> | <i>IIIa: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Ξύλινα γράμματα</i> | <i>IIIβ: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Πλαστικά γράμματα</i> | <i>Μ.Ο. σωστών κατ' εκτίμηση υπολογισμών στα λεκτικά προβλήματα II, III</i> |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <i>Υπολογίζει σωστά και κατ' εκτίμηση</i> | 16,7%                                                    | 55,1%                                                             | 51,2%                                                               | 41%                                                                         |

### **2.1.5 Συμπεράσματα**

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα, θα σταθούμε στα ευρήματα που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, όσον αφορά τις επιδόσεις των μαθητών, τις στρατηγικές που επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν, αλλά και τις δυσκολίες που συνάντησαν και τα λάθη που έκαναν κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής τους με τη γραπτή δοκιμασία που τους δόθηκε.

Οι μαθητές γνωρίζουν τα εύκολα και μεσαίας δυσκολίας γινόμενα της προπαίδειας και ανταπεξέρχονται άριστα σε αυτά. Όταν όμως αυτά δυσκολεύουν, ή όταν καλούνται να πολλαπλασιάσουν διψήφιους και τριψήφιους αριθμούς, τότε οι επιδόσεις τους μειώνονται αισθητά. Οι μαθητές μας έδειξαν ότι υστερούν σε ευχέρεια χειρισμού πολυψήφων γινομένων, είτε μέσω νοερών υπολογισμών, είτε πρόκειται για το γραπτό αλγόριθμο.

Στα λεκτικά προβλήματα εκτίμησης, οι μαθητές που προτίμησαν ακριβείς υπολογισμούς, αντιμετώπισαν τα προαναφερθέντα προβλήματα και στα γινόμενα δεκαδικών αριθμών. Στα γινόμενα διψήφων και τριψήφων αριθμών, οι μαθητές που προτίμησαν να απαντήσουν μέσω του γραπτού αλγόριθμου υπερτερούν στο πλήθος, σε σχέση με εκείνους που υπάκουσαν στις οδηγίες που τους δόθηκαν και εκτέλεσαν νοερά. Όσο δε αυξανόταν η δυσκολία των γινομένων, τόσο περισσότεροι μαθητές κατέφευγαν στην «ασφάλεια» του αλγόριθμου, χωρίς, όπως προαναφέραμε, αυτό να σημαίνει ότι σημείωναν και επιτυχία στο αποτέλεσμα.

Στα προβλήματα εκτίμησης, ένας στους τρεις μαθητές εκτιμά «περίπου» το αποτέλεσμα, όπως ζητήθηκε, ενώ ένας στους δύο κάνει ακριβείς υπολογισμούς, όχι απαραίτητα σωστά, και στη μία και στην άλλη περίπτωση. Στο δεύτερο πρόβλημα εκτίμησης, το 40% των μαθητών επιχειρεί να εκτιμήσει, οι επιδόσεις όμως που σημείωσαν οι μαθητές εδώ ήταν σχετικά χαμηλές. Στο πρώτο το ποσοστό των μαθητών που εκτίμησαν το αποτέλεσμα πέφτει στο πολύ χαμηλό 14,5%. Παρόλο λοιπόν το γεγονός ότι το ποσοστό επιτυχίας στο πρώτο πρόβλημα (με τις κούπες) ήταν ιδιαίτερα υψηλό, 83,5%, δηλαδή οι 167 στους 200 μαθητές εκτίμησαν ότι τους φτάνουν οι 10.000 πόντοι για να πάρουν 6 κούπες των 1.495 πόντων η μία, παρατηρήσαμε ότι η συντριπτική πλειοψηφία αυτών καταλήγει στη σωστή απάντηση «ναι, φτάνουν» μέσω ακριβών υπολογισμών, και όχι θεωρώντας το 1.495 περίπου 1.500. Σε αδυναμία σωστής στρογγυλοποίησης μεταφράζουμε και το 66,5% των επιτυχημένων απαντήσεων στο λεκτικό πρόβλημα πολλαπλής επιλογής. Θεωρούμε το ποσοστό αυτό

μέτριο, έως χαμηλό, μιας και οι μαθητές είχαν τη σωστή απάντηση μπροστά τους, και απλώς έπρεπε να την επιλέξουν.

Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε το μεγαλύτερο μέρος του δείγματος σε γενικές γραμμές μη ευέλικτο, άκαμπτο, όσον αφορά τις διάφορες εκφάνσεις του πολλαπλασιασμού. Κατά μεγάλα ποσοστά παρουσιάζουν έλλειψη ευχέρειας και φαντασίας στους χειρισμούς νοερών και κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Θα έλεγε κανείς ότι δεν τολμούν να εκτιμήσουν ή να υπολογίσουν νοερά, για να μην κάνουν λάθος στο αποτέλεσμα, και έτσι ανατρέχουν πάντα στην ασφάλεια του γραπτού αλγόριθμου, όπου εμπιστεύονται περισσότερο τον εαυτό τους. Αυτό μπορεί να γενικευθεί ως γενικότερη αντιμετώπιση των μαθηματικών, που για τους μαθητές ξεκινά από την πρώτη Δημοτικού και τους ακολουθεί μέχρι και το Λύκειο, ως αυστηρής και άκαμπτης επιστήμης, όπου χωράει μόνο μία σωστή απάντηση, στην οποία φτάνουμε όλοι με τον ίδιο, συγκεκριμένο τρόπο.

Ωστόσο, οι μαθητές που έκαναν νοερούς υπολογισμούς, αν και ήταν λιγότεροι, μας έδειξαν ποικιλία χρήσης στρατηγικών. Οι ίδιοι, κατά μεγάλα ποσοστά, ήταν ευέλικτοι και στα λεκτικά προβλήματα, δηλαδή διεξήγαγαν κατ' εκτίμηση υπολογισμούς.

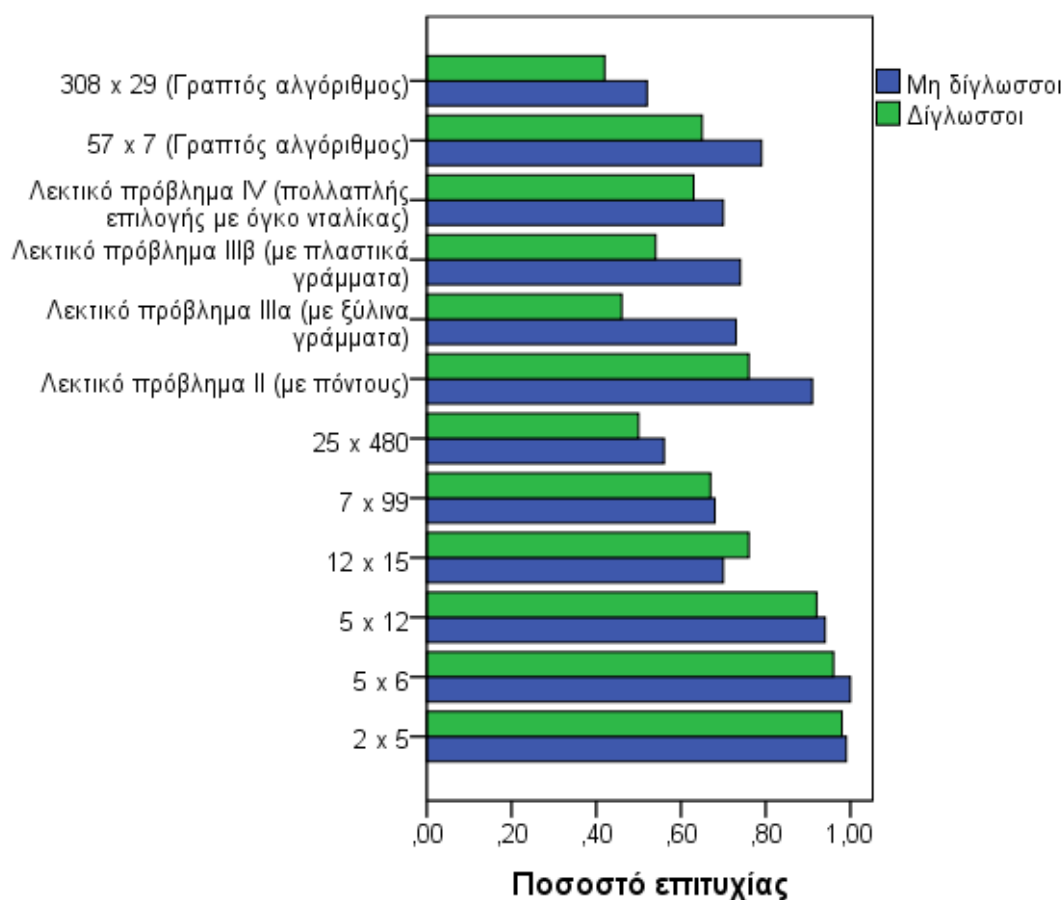
Τέλος, ένα μεγάλο μέρος των μαθητών δεν περιέγραψε τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκε ώστε να απαντήσει στα διάφορα ερωτήματα. Φαίνεται ότι οι μαθητές στο ελληνικό σχολείο δεν εξασκούνται σε μεταγνωστικές στρατηγικές. Θα έλεγε κανείς ότι μας αρκεί να φτάσουν στη σωστή απάντηση, χωρίς να μας ενδιαφέρει το πώς. Μπορεί επίσης αρκετοί από αυτούς να αντιμετωπίζουν και προβλήματα έκφρασης και κατανόησης της γλώσσας των μαθηματικών. Αυτό ενισχύεται από το γεγονός ότι ένας στους δέκα μαθητές μας δεν κατανόησε τη δομή και το περιεχόμενο των λεκτικών προβλημάτων.

## **2.2 Σύγκριση δίγλωσσων – μη δίγλωσσων μαθητών**

Ακολουθώντας θα συγκρίνουμε τις επιδόσεις που σημείωσαν, αλλά και τις στρατηγικές, που επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν οι δίγλωσσοι μαθητές μας, το πλήθος των οποίων είναι 106, σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές που μιλούν την ελληνική ως μητρική γλώσσα και το πλήθος των οποίων είναι 94. Μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε κατά πόσο οι δίγλωσσοι μαθητές δυσκολεύονται να ανταπεξέλθουν σε λεκτικά προβλήματα, με αποτέλεσμα να μειώνεται η επίδοσή τους, λόγω μη κατανόησης του κειμένου, και όχι λόγω λαθών στους υπολογισμούς. Ακόμη, επιθυμούμε να δούμε αν οι δίγλωσσοι μαθητές περιγράφουν τις στρατηγικές που ακολουθούν, ή αν συναντούν σημαντικά προβλήματα στο να εκφράσουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται ώστε να φτάσουν στη λύση κάποιας άσκησης. Μας ενδιαφέρει δηλαδή να εξετάσουμε αν μπορούν να δράσουν μεταγνωστικά στη δεύτερη γλώσσα τους, τα ελληνικά. Ελέγχουμε επίσης κατά πόσο οι δίγλωσσοι μαθητές επιλέγουν να υπολογίσουν νοερά ή γραπτά, καθώς και το αν προτιμούν να εκτιμήσουν γινόμενα που στρογγυλοποιούνται εύκολα ή να τα υπολογίσουν ακριβώς.

Για τη σύγκριση των επιτυχημένων απαντήσεων των δύο ομάδων μαθητών, πραγματοποιήθηκαν t-tests για ανεξάρτητα δείγματα στο πρόγραμμα SPSS. Μπορούμε να δούμε πώς ανταποκρίθηκαν οι δίγλωσσοι και οι μη δίγλωσσοι μαθητές μας στα 12 συνολικά ερωτήματα που τους τέθηκαν στη γραπτή δοκιμασία, στο ραβδόγραμμα 3 που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα.

### **Ραβδόγραμμα 3**



#### ***2.2.1 Επιδόσεις***

Όπως φαίνεται λοιπόν στο πιο πάνω ραβδόγραμμα, σε ό,τι αφορά το πρώτο μέρος της γραπτής δοκιμασίας, δηλαδή στα έξι οριζόντια γινόμενα (2x5 έως 25x480), η ανταπόκριση των δύο υπό σύγκριση ομάδων δεν παρουσίασε στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Στο δεύτερο μέρος της δοκιμασίας, ζητήθηκε από τους μαθητές να απαντήσουν σε τρία λεκτικά προβλήματα, όπως έχουμε προαναφέρει, το II, το III και το IV. Εδώ παρατηρήσαμε αξιοσημείωτες διαφορές στις επιδόσεις των δίγλωσσων σε σχέση με τους μη δίγλωσσους μαθητές, οι οποίες είναι αρκετά εμφανείς στο ραβδόγραμμα 3 πιο πάνω.

Στο λεκτικό πρόβλημα II, οι δίγλωσσοι μαθητές απαντούν σωστά κατά 76,4%, ενώ οι μη δίγλωσσοι κατά 91,5%. Στο λεκτικό πρόβλημα III όπου έπρεπε να υπολογίσουν πόσο κοστίζουν έξι ξύλινα (υποερώτημα IIIα) και έξι πλαστικά (IIIβ) γράμματα, οι διαφορές στα ποσοστά επιτυχίας παραμένουν

σημαντικές. Μπορούμε να δούμε τα ακριβή ποσοστά επιτυχιών στον πίνακα 2στ που ακολουθεί.

**Πίνακας 2στ**

|                                     | <i>II:</i><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με συλλογή<br>πόντων για<br>κούπες | <i>IIIα:</i><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με αγορά<br>γραμμάτων:<br>Ξύλινα<br>γράμματα | <i>IIIβ:</i><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με αγορά<br>γραμμάτων:<br>Πλαστικά<br>γράμματα | <i>IV:</i><br>Πρόβλημα<br>πολλαπλής<br>επιλογής με<br>όγκο<br>καρότσας | <b>Μ.Ο.<br/>Επιτυχιών<br/>(Κατ'<br/>εκτίμηση<br/>Υπολογισμοί</b> |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| <i>Δίγλωσσοι<br/>μαθητές</i>        | 81<br>76,4%                                                             | 49<br>46,2%                                                                         | 57<br>53,8%                                                                           | 67<br>63,2%                                                            | 59,9%                                                            |
| <i>Μη<br/>δίγλωσσοι<br/>μαθητές</i> | 86<br>91,5%                                                             | 69<br>73,4%                                                                         | 70<br>74,5%                                                                           | 66<br>70,2%                                                            | 77,4%                                                            |

Ο μέσος όρος των επιτυχημένων απαντήσεων στο σύνολο των κατ' εκτίμηση υπολογισμών για τους δίγλωσσους μαθητές ήταν 59,9%, δηλαδή 2,4 σωστές απαντήσεις σε σύνολο από 4, με τυπική απόκλιση 1,29, ενώ αντίστοιχα για τους μη δίγλωσσους μαθητές ο μέσος όρος ήταν 77,4% (3,1 σωστές απαντήσεις στις 4) με τυπική απόκλιση 1,1. Σύμφωνα με το t-test για ανεξάρτητα δείγματα, παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των επιδόσεων των δύο ομάδων. (sig<0,05, t=4,154, df=197,49).

Σε ό,τι αφορά την επίδοση των δύο ομάδων μαθητών στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, παρατηρήσαμε και εδώ θετική διαφορά ως προς τους μη δίγλωσσους μαθητές, η οποία όμως δεν είναι στατιστικά σημαντική (sig>0,05, t=2,107 και df=198).

### **2.2.2 Στρατηγικές**

Σε ό,τι αφορά τις στρατηγικές που επέλεξαν να ακολουθήσουν οι δύο ομάδες μαθητών, παρατηρήσαμε τα εξής:

#### 2.2.2α Νοεροί Υπολογισμοί

Στους νοερούς υπολογισμούς, δεν είχαμε μεγάλες διαφορές μεταξύ των δίγλωσσων και μη μαθητών. Το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών και στις δύο ομάδες προτιμά το γραπτό αλγόριθμο, αντί να εκτελέσει νοερούς υπολογισμούς. Το μόνο που αξίζει να σημειώσουμε είναι ότι στα υποερωτήματα Ιγ έως Ιστ, παρατηρούμε μία τάση των δίγλωσσων μαθητών να μην περιγράφουν τη στρατηγική που ακολούθησαν, σε σύγκριση με τους μη δίγλωσσους μαθητές. με τη διαφορά να κορυφώνεται στο Ιστ (25x480), όπου το 34,9% των δίγλωσσων μαθητών δεν περιγράφει τη στρατηγική που ακολούθησε, δηλαδή λίγο περισσότεροι από 1 στους 3 μαθητές, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τους μη δίγλωσσους είναι 13,8%. Πιο ακριβείς πληροφορίες μπορούμε να λάβουμε από τον πίνακα Ι, που παρατίθεται στο παράρτημα Α.

#### 2.2.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί

Ας εξετάσουμε τώρα πώς επιλέγουν οι δύο υπό σύγκριση ομάδες να απαντήσουν στα ερωτήματα των λεκτικών προβλημάτων που τους δόθηκαν. Σε γενικές γραμμές, οι μη δίγλωσσοι μαθητές επιλέγουν να εκτελέσουν κατ' εκτίμηση υπολογισμούς σε μεγαλύτερα ποσοστά, συγκρινόμενοι με τους δίγλωσσους μαθητές. Η μεγαλύτερη όμως διαφορά μεταξύ των δύο ομάδων παρατηρήθηκε στο λεκτικό πρόβλημα ΙΙ, όπου σχεδόν οι 3 στους 4 μη δίγλωσσοι μαθητές (71,3%) επιλέγουν να υπολογίσουν ακριβώς, χρησιμοποιώντας το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, και όχι κατ' εκτίμηση, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τους δίγλωσσους είναι 51,9%, δηλαδή περίπου οι μισοί. Επίσης, οι δίγλωσσοι μαθητές δεν περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν σε υψηλότερα ποσοστά σε σχέση με τους μη δίγλωσσους. Για παράδειγμα στο πρόβλημα ΙΙ, το 31,1% των δίγλωσσων μαθητών δεν περιγράφει στρατηγική, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τους μη δίγλωσσους είναι 10,6%. Πιο αναλυτικά μπορούμε να έχουμε σαφή εικόνα από τον πίνακα 2ζ.

**Πίνακας 2ζ**

|                                     | <i>II: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με<br/>συλλογή πόντων για<br/>κούπες</i> |                                           | <i>IIIα: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων: Ξύλινα<br/>γράμματα</i> |                                           | <i>IIIβ: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων:<br/>Πλαστικά γράμματα</i> |                                           |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
|                                     | <i>Διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i>                                   | <i>Μη<br/>διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i> | <i>Διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i>                                            | <i>Μη<br/>διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i> | <i>Διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i>                                              | <i>Μη<br/>διγλωσ-<br/>σοι<br/>μαθητές</i> |
| <i>Υπολογίζει κατ’<br/>εκτίμηση</i> | 13<br>12,3%                                                          | 16<br>17%                                 | 34<br>32,1%                                                                   | 48<br>51,1%                               | 33<br>31,1%                                                                     | 45<br>47,9%                               |
| <i>Υπολογίζει<br/>ακριβώς</i>       | 55<br>51,9%                                                          | 67<br>71,3%                               | 53<br>50%                                                                     | 41<br>43,6%                               | 54<br>50,9%                                                                     | 41<br>43,6%                               |
| <i>Δεν κατανοεί το<br/>πρόβλημα</i> | 5<br>4,7%                                                            | 1<br>1,1%                                 | 5<br>4,7%                                                                     | 2<br>2,1%                                 | 4<br>3,8%                                                                       | 2<br>2,1%                                 |
| <i>Δεν απαντά</i>                   | 33<br>31,1%                                                          | 10<br>10,6%                               | 14<br>13,2%                                                                   | 3<br>3,2%                                 | 15<br>14,2%                                                                     | 6<br>6,4%                                 |

Στο σημείο αυτό, κρίνουμε σημαντικό να εστιάσουμε με περισσότερη προσοχή στα αποτελέσματα, και να εξετάσουμε πόσοι από τους διγλωσσους και μη μαθητές απαντούν σωστά στα λεκτικά προβλήματα κάνοντας κατ’ εκτίμηση υπολογισμούς, και όχι υπολογίζοντας ακριβώς. Σε ό,τι αφορά το πρόβλημα II, δεν παρατηρούμε ιδιαίτερες διαφορές μεταξύ των δύο ομάδων. Στο πρόβλημα III όμως, οι διαφορές αυξάνονται, με τη μεγαλύτερη να σημειώνεται στο υποερώτημα IIIβ με τα πλαστικά γράμματα, όπου μόνο το 38,6% των διγλωσσων μαθητών που απάντησαν σωστά υπολόγισαν κατ’ εκτίμηση το αποτέλεσμα, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τους μη διγλωσσους ανέρχεται στο 61,5%. Τα ποσοστά αυτά περιλαμβάνονται στον πίνακα 2η που ακολουθεί.

**Πίνακας 2η**

|                                           | <i>II: Λεκτικό πρόβλημα με συλλογή πόντων για κούπες</i> |                      | <i>IIIα: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Ξύλινα γράμματα</i> |                      | <i>IIIβ: Λεκτικό πρόβλημα με αγορά γραμμάτων: Πλαστικά γράμματα</i> |                      | <i>Μ.Ο. σωστών κατ' εκτίμηση υπολογισμών στα λεκτικά προβλήματα II, III</i> |                      |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------|
|                                           | Διγλωσσοι μαθητές                                        | Μη διγλωσσοι μαθητές | Διγλωσσοι μαθητές                                                 | Μη διγλωσσοι μαθητές | Διγλωσσοι μαθητές                                                   | Μη διγλωσσοι μαθητές | Διγλωσσοι μαθητές                                                           | Μη διγλωσσοι μαθητές |
| <i>Υπολογίζει σωστά και κατ' εκτίμηση</i> | 12<br>14,8%                                              | 16<br>18,6%          | 22<br>44,9%                                                       | 43<br>62,3%          | 22<br>38,6%                                                         | 43<br>61,5%          | 32,8%                                                                       | 47,5%                |

**2.2.3 Συμπεράσματα**

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίνοντας τις επιδόσεις των διγλωσσών και μη μαθητών, αλλά και τις στρατηγικές που επέλεξαν αμφότεροι να ακολουθήσουν, εντοπίζουμε το ενδιαφέρον της μελέτης μας στα ακόλουθα βασικά σημεία.

Παρατηρήσαμε στατιστικά σημαντικές διαφορές των επιδόσεων των δύο ομάδων στην ανταπόκρισή τους στα λεκτικά προβλήματα, με τους διγλωσσους να υστερούν, χωρίς όμως να συμβαίνει το ίδιο και στα υπόλοιπα μέρη της γραπτής δοκιμασίας. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι χαμηλές τους επιδόσεις στα λεκτικά προβλήματα οφείλονται στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν στην κατανόηση κειμένων στην ελληνική γλώσσα, και όχι σε αδυναμίες εκτέλεσης πράξεων και υπολογισμών.

Οι διγλωσσοι μαθητές δεν περιέγραψαν τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν, όπου αυτό ζητήθηκε, σε μεγαλύτερα ποσοστά σε σχέση με τους μη διγλωσσους. Εκτός λοιπόν από δυσκολίες στην κατανόηση, αντιμετωπίζουν δυσκολίες και στην έκφραση της γλώσσας, γεγονός που είναι βέβαια αναμενόμενο.

Παρατηρήσαμε επίσης, ότι οι διγλωσσοι μαθητές προτίμησαν κατά μεγαλύτερα ποσοστά την ασφάλεια του γραπτού αλγόριθμου αντί των νοερών υπολογισμών, και τους ακριβείς αντί των κατ' εκτίμηση, σε σχέση με τους μη διγλωσσους συμμαθητές τους. Μάλιστα, από το σύνολο των μαθητών που επέλεξαν να εκτιμήσουν, παρά να υπολογίσουν ακριβώς τα γινόμενα που τους

δόθηκαν, οι δίγλωσσοι μαθητές που απάντησαν σωστά είναι αισθητά λιγότεροι από τους μη δίγλωσσους στην αντίστοιχη μέτρηση.

### **2.3 Σύγκριση μαθητών με ΜΔ – μαθητών χωρίς ΜΔ**

Στη συνέχεια θα συγκρίνουμε τις επιδόσεις και τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές, για τους νοερούς υπολογισμούς, τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς και την εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου, συνολικά. Ακολουθώντας, θα μελετήσουμε αναλυτικά κάθε μία από τις περιπτώσεις των μαθητών με ΜΔ, ώστε να καταγράψουμε τον τρόπο με τον οποίο αυτοί ανταποκρίθηκαν στα ζητούμενα της γραπτής δοκιμασίας και να ελέγξουμε κατά το μέγιστο δυνατό αν και κατά πόσο το είδος της δυσκολίας του κάθε μαθητή επηρεάζει τις επιδόσεις και τις στρατηγικές που επιλέγει να χρησιμοποιήσει. Μας ενδιαφέρει να σκιαγραφήσουμε το προφίλ του μαθητή που αντιμετωπίζει Μαθησιακές Δυσκολίες, σε καταστάσεις πολλαπλασιασμού. Πιο συγκεκριμένα, μας απασχολούν τα εξής ερωτήματα:

- Γνωρίζει και χρησιμοποιεί την προπαίδεια;
- Υπολογίζει νοερά ή προσπαθεί να εφαρμόσει μόνο το γραπτό αλγόριθμο; Μέχρι πόσα ψηφία μπορεί να υπολογίσει νοερά;
- Υπολογίζει κατ' εκτίμηση γινόμενα που στρογγυλοποιούνται εύκολα ή προτιμά τους ακριβείς υπολογισμούς;
- Καταγράφει τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκε, τη στρατηγική που ακολούθησε; Είναι δηλαδή σε θέση να λειτουργήσει μεταγνωστικά;
- Γνωρίζει και εφαρμόζει σωστά το γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού;

Ας δούμε αρχικά τις επιδόσεις και τις στρατηγικές που ακολούθησαν οι μαθητές με ΜΔ γενικά, σε όλη τη γραπτή δοκιμασία. Όσον αφορά το πώς κατανέμονται οι μαθητές με ΜΔ και χωρίς, στις τρεις κατηγορίες επιδόσεων, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μόνο ένας μαθητής με ΜΔ σημείωσε υψηλές επιδόσεις, ενώ λίγο περισσότεροι από 1 στους 4 μαθητές με ΜΔ (το 27,3%) σημείωσαν χαμηλές επιδόσεις (Πίνακας 3α).

**Πίνακας 3α**

|                             | Χαμηλή επίδοση<br>(0 - 4 σωστές<br>απαντήσεις) | Μεσαία επίδοση<br>(5 - 9 σωστές<br>απαντήσεις) | Υψηλή επίδοση<br>(10 - 12 σωστές<br>απαντήσεις) |
|-----------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| <i>Μαθητές με ΜΔ</i>        | 3<br>27,3%                                     | 7<br>63,6%                                     | 1<br>9,1%                                       |
| <i>Μαθητές χωρίς<br/>ΜΔ</i> | 11<br>5,8%                                     | 84<br>44,4%                                    | 94<br>49,8%                                     |

**2.3.1 Επιδόσεις**

Οι μαθητές με ΜΔ απαντούν σωστά στους Νοερούς Υπολογισμούς κατά 59,1%, ενώ οι μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες σημειώνουν αισθητή διαφορά, απαντώντας με επιτυχία κατά 81,9%. Αξίζει να σημειώσουμε ότι στα τρία τελευταία υποερωτήματα, (12 x 15, 7 x 99, 25 x 480), τα ποσοστά επιτυχίας των μαθητών με ΜΔ πέφτουν κάτω από το 50%, ενώ κάτι τέτοιο δε συμβαίνει σε κανένα υποερώτημα για τους υπόλοιπους μαθητές.

Οι επιδόσεις των δύο ομάδων φαίνονται αναλυτικά στον πίνακα 3β που ακολουθεί. Τα ποσοστά της επιτυχίας προκύπτουν επί του συνόλου του πλήθους των συμμετεχόντων μαθητών, και όχι επί του πλήθους των μαθητών που έδωσαν απάντηση (η μη απάντηση καταχωρήθηκε ως αποτυχία).

**Πίνακας 3β**

| <i>Πλήθος και ποσοστό μαθητών που απάντησαν σωστά</i> |                |                |                |                |                |                 | <b>Μ.Ο.<br/>Επιτυχιών<br/>(Νοεροί<br/>Υπολογισμοί)</b> |
|-------------------------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|--------------------------------------------------------|
|                                                       | <b>Ερ. Ια:</b> | <b>Ερ. Ιβ:</b> | <b>Ερ. Ιγ:</b> | <b>Ερ. Ιδ:</b> | <b>Ερ. Ιε:</b> | <b>Ερ. Ιστ:</b> |                                                        |
|                                                       | <b>2 x 9</b>   | <b>5 x 6</b>   | <b>5 x 12</b>  | <b>12 x 15</b> | <b>7 x 99</b>  | <b>25x480</b>   |                                                        |
| <i>Μαθητές<br/>με ΜΔ</i>                              | 10<br>90,9%    | 9<br>81,8%     | 8<br>72,7%     | 5<br>45,45%    | 4<br>36,35%    | 3<br>27,3%      | <b>59,1%</b>                                           |
| <i>Μαθητές<br/>χωρίς ΜΔ</i>                           | 187<br>99%     | 187<br>99%     | 178<br>94,2%   | 142<br>75,2%   | 131<br>69,3%   | 103<br>54,5%    | <b>81,9%</b>                                           |

Περνάμε στο δεύτερο μέρος της δοκιμασίας για να συγκρίνουμε τις επιδόσεις των μαθητών με ΜΔ και χωρίς ΜΔ όσον αφορά τους κατ' εκτίμηση Υπολογισμούς. Παρατηρήσαμε πολύ χαμηλά ποσοστά επιτυχίας για τους μαθητές με ΜΔ, που απαντούν σωστά σε ποσοστό 34,1%, περίπου ο 1 στους 3, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τους μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν ΜΔ είναι 70,1%. Πιο συγκεκριμένα, στο πρόβλημα III οι μαθητές με ΜΔ βρίσκονται αρκετά πιο κάτω από το 50%, στο πρόβλημα II μόλις που το περνούν (54,5%) και στο πρόβλημα πολλαπλής επιλογής είχαμε 36,4% για τους μαθητές με ΜΔ. Τα ποσοστά φαίνονται συνολικά στον παρακάτω πίνακα 3γ.

**Πίνακας 3γ**

|                             | <b>II:</b><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με συλλογή<br>πόντων για<br>κούπες | <b>IIIα:</b><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με αγορά<br>γραμμάτων:<br>Ξύλινα<br>γράμματα | <b>IIIβ:</b><br>Λεκτικό<br>πρόβλημα<br>με αγορά<br>γραμμάτων:<br>Πλαστικά<br>γράμματα | <b>IV:</b><br>Πρόβλημα<br>πολλαπλής<br>επιλογής με<br>όγκο<br>καρότσας | <b>Μ.Ο.<br/>Επιτυχιών<br/>(Κατ'<br/>εκτίμηση<br/>Υπολογισμοί)</b> |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <i>Μαθητές<br/>με ΜΔ</i>    | 6<br>54,5%                                                              | 3<br>27,3%                                                                          | 2<br>18,2%                                                                            | 4<br>36,4%                                                             | <b>34,1%</b>                                                      |
| <i>Μαθητές<br/>χωρίς ΜΔ</i> | 161<br>85,2%                                                            | 115<br>60,8%                                                                        | 125<br>66,1%                                                                          | 129<br>68,3%                                                           | <b>70,1%</b>                                                      |

Τέλος, στο τρίτο μέρος εξετάζουμε κατά πόσο οι μαθητές των δύο ομάδων ανταποκρίνονται στο γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού. Οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες και στα δύο υποερωτήματα (διψήφιος με μονοψήφιο και τριψήφιος με διψήφιο) σημειώνουν ποσοστά επιτυχίας κάτω του 50% (45,5% και 27,3% αντίστοιχα). Από την άλλη, οι μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες, τα καταφέρνουν καλύτερα στο πρώτο υποερώτημα με ποσοστό επιτυχίας 73%, αλλά στο δεύτερο πέφτουν και αυτοί κάτω από το 50%. Τα ποσοστά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 3δ.

**Πίνακας 3δ**

|                 | <i>Vα: 57 x 7</i><br>(γραπτός αλγόριθμος) | <i>Vβ: 308 x 29</i><br>(γραπτός αλγόριθμος) | <b>Μ.Ο.</b><br><b>Επιτυχιών</b> |
|-----------------|-------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------|
| <i>Μαθητές</i>  | 5                                         | 3                                           |                                 |
| <i>με ΜΔ</i>    | <b>45,5%</b>                              | <b>27,3%</b>                                | <b>36,4%</b>                    |
| <i>Μαθητές</i>  | 138                                       | 90                                          |                                 |
| <i>χωρίς ΜΔ</i> | <b>73%</b>                                | <b>47,6%</b>                                | <b>60,3%</b>                    |

### **2.3.2 Στρατηγικές**

Όσον αφορά τις στρατηγικές που ακολούθησαν οι μαθητές των δύο ομάδων στο πρώτο μέρος της γραπτής δοκιμασίας, μπορούμε να επισημάνουμε τα εξής:

#### 2.3.2α Νοεροί Υπολογισμοί

Στα δύο πρώτα ερωτήματα, που περιλαμβάνονται στους πίνακες της προπαίδειας, περισσότεροι από τους μισούς μαθητές με ΜΔ απαντούν από μνήμης, δηλαδή γνωρίζουν την προπαίδεια. Σε γενικές γραμμές όμως, οι μαθητές με ΜΔ κατά μεγάλα ποσοστά προτιμούν να μην περιγράψουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν. Για παράδειγμα, στο τελευταίο υποερώτημα (25x480) δεν περιγράφουν τη στρατηγική που ακολούθησαν οι 7 στους 11, δηλαδή το 63,6%. Επίσης, κατά σημαντικά ποσοστά πραγματοποιούν πρόσθεση αντί για πολλαπλασιασμό, όπως για παράδειγμα στο υποερώτημα Ιε (7x99) όπου το 27,3% των μαθητών με ΜΔ προσθέτει αντί να πολλαπλασιάσει.

Οι μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες απαντούν στα δύο πρώτα υποερωτήματα, που περιλαμβάνονται στον πίνακα της προπαίδειας κατά συντριπτική πλειοψηφία από μνήμης, και τέλος, στα τρία

τελευταία υποερωτήματα πάνω από το 50% των μαθητών επιλέγει να εκτελέσει γραπτά και όχι νοερά. Στον πίνακα II, ο οποίος περιλαμβάνεται στο παράρτημα Α, μπορούμε να δούμε τα ακριβή αποτελέσματα.

### 2.3.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί

Εξετάζοντας τις στρατηγικές που επέλεξαν οι μαθητές που αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες και μη, ώστε να ανταποκριθούν στα λεκτικά προβλήματα εκτίμησης του δεύτερου μέρους, μας ενδιέφερε αν τελικά εκτίμησαν με κάποιον τρόπο το αποτέλεσμα, ή αν υπολόγισαν ακριβώς χρησιμοποιώντας γραπτό αλγόριθμο. Θυμίζουμε στο σημείο αυτό ότι στο πρόβλημα πολλαπλής επιλογής IV δεν τους ζητήθηκε να περιγράψουν στρατηγική.

Παρατηρήσαμε ότι οι περισσότεροι από τους μαθητές με ΜΔ δεν απαντούν, ενώ ένα πολύ χαμηλό ποσοστό εκτιμά το αποτέλεσμα. Από αυτούς που απαντούν, οι πιο πολλοί προτιμούν το «σίγουρο» δρόμο του ακριβούς υπολογισμού. Οι μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν ΜΔ, θα λέγαμε ότι περίπου ισομοιράζονται στους κατ' εκτίμηση και στους ακριβείς υπολογισμούς, εκτός από την άσκηση II, όπου το 63% υπολογίζει ακριβώς το αποτέλεσμα. Λεπτομερέστερα παρουσιάζεται η εικόνα των στρατηγικών στον πίνακα 3ε που παρατίθεται πιο κάτω:

**Πίνακας 3ε**

|                                     | <i>II: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με<br/>συλλογή πόντων για<br/>κούπες</i> |                                 | <i>IIIα: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων: Ξόλινα<br/>γράμματα</i> |                                 | <i>IIIβ: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων:<br/>Πλαστικά γράμματα</i> |                                 |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
|                                     | <b>Μαθητές<br/>με ΜΔ</b>                                             | <b>Μαθητές<br/>χωρίς<br/>ΜΔ</b> | <b>Μαθητές<br/>με ΜΔ</b>                                                      | <b>Μαθητές<br/>χωρίς<br/>ΜΔ</b> | <b>Μαθητές<br/>με ΜΔ</b>                                                        | <b>Μαθητές<br/>χωρίς<br/>ΜΔ</b> |
| <i>Υπολογίζει κατ'<br/>εκτίμηση</i> | 1<br>9,1%                                                            | 28<br>14,8%                     | 2<br>18,2%                                                                    | 80<br>42,3%                     | 1<br>9,1%                                                                       | 77<br>40,7%                     |
| <i>Υπολογίζει<br/>ακριβώς</i>       | 3<br>27,3%                                                           | 119<br>63%                      | 4<br>36,4%                                                                    | 90<br>47,6%                     | 4<br>36,4%                                                                      | 91<br>48,1%                     |
| <i>Δεν κατανοεί το<br/>πρόβλημα</i> | 2<br>18,2%                                                           | 4<br>2,1%                       | 1<br>9,1%                                                                     | 6<br>3,2%                       | 1<br>9,1%                                                                       | 5<br>2,6%                       |
| <i>Δεν απαντά</i>                   | 5<br>45,5%                                                           | 38<br>20,1%                     | 4<br>36,4%                                                                    | 13<br>6,9%                      | 5<br>45,5%                                                                      | 16<br>8,5%                      |

### 2.3.3 Ανάλυση απαντήσεων μαθητών με ΜΔ

Ακολουθώντας θα εξετάσουμε λεπτομερέστερα τις επιδόσεις και τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές μας που αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες, διακρίνοντάς τους με βάση το είδος τους. Έτσι, όπως έχει προαναφερθεί, έχουμε:

- Τρεις μαθητές με *Δυσλεξία*, από τους οποίους ο ένας φοιτά στην Α' τάξη, ο δεύτερος στη Β' και ο τρίτος στη Γ' τάξη
- Δύο μαθητές με *Δευτερογενείς Μαθησιακές Δυσκολίες*, που φοιτούν στην Α' τάξη
- Τρεις μαθήτριες με *Γενικευμένες Μαθησιακές Δυσκολίες*, οι δύο από τις οποίες φοιτούν στην Α και η τρίτη στη Γ τάξη
- Δύο μαθητές με *Σύνθετες Γνωστικές, Συναισθηματικές και Κοινωνικές Δυσκολίες*, εκ των οποίων ο ένας φοιτά στην Α' και ο άλλος στη Β' τάξη
- Ένα μαθητή με *Νοητική Ανεπάρκεια ή Ανωριμότητα*, που φοιτά στη Β' τάξη του Γυμνασίου.

#### ι) Δυσλεξία

 Ξεκινώντας με τους μαθητές με *Δυσλεξία*, ο μαθητής της Α' τάξης απάντησε σωστά στα πρώτα 3 από τα 6 υποερωτήματα των Νοερών Υπολογισμών. Όσον αφορά τις στρατηγικές που χρησιμοποίησε, για τα δύο πρώτα υποερωτήματα, που περιλαμβάνονται στον πίνακα της προπαιδείας (Iα: 2x9 και Iβ: 5x6) δηλώνει ότι τα γνώριζε «από έξω», ενώ στο Iγ (5x12) μετρά με τα δάχτυλα. Στο Iδ (12x15) ακολουθεί το γραπτό αλγόριθμο όπου υπολογίζει σωστά τα επί μέρους γινόμενα και κάνει λάθος στην πρόσθεση ( $5+3=3$ ), επομένως εξάγει το λανθασμένο αποτέλεσμα  $12 \times 15 = 130$ . Στο Iε (7x99), σημειώνει στο χαρτί τον κατακόρυφο αλγόριθμο της πρόσθεσης του αριθμού 99 με τον εαυτό του 7 φορές, όμως δε συνεχίζει, και στο τελευταίο υποερώτημα (Iστ:  $25 \times 480$ ), δεν απαντά, ούτε περιγράφει στρατηγική. Παρατηρούμε αδυναμία εκτέλεσης πράξης, γεγονός που επιβεβαιώνει τη διάγνωσή του στην οποία αναφέρεται η δυσκολία του μαθητή να εκτελέσει σύνθετες πράξεις.

Ο μαθητής απαντά σωστά σε δύο από τα τέσσερα ερωτήματα του δεύτερου μέρους (ποσοστό επιτυχίας 50%). Στο πρόβλημα II απαντά «ναι» (ότι δηλαδή του φτάνουν 10.000 πόντοι για τις 6 κούπες), που θεωρείται και η

σωστή απάντηση, αλλά επιλέγει να υπολογίσει ακριβώς και όχι να εκτιμήσει, εκτελώντας πρόσθεση αντί για πολλαπλασιασμό, και προσθέτοντας το 1.495 με τον εαυτό του μόνο δύο φορές και όχι έξι. Έτσι λοιπόν, παρόλο που η πρόσθεση που πραγματοποιεί είναι σωστή ως αλγόριθμος, αποτελεί λανθασμένο τρόπο για να απαντήσει στο ερώτημα που του τέθηκε. Σε ό,τι αφορά το πρόβλημα ΙΙΙ, ο μαθητής απαντά μόνο στο υποερώτημα ΙΙΙα για τα ξύλινα γράμματα και απαντά σωστά, στρογγυλοποιώντας το 3,95 σε 4 και απαντώντας ότι θα χρειαστεί περίπου 24 ευρώ συνολικά. Στο ΙV απαντά λανθασμένα, καθώς υπολογίζει το 8,92 ως περίπου 8, και όχι ως περίπου 9, που θα ήταν και το σωστό.

Ο μαθητής δε βρίσκει σωστά αποτελέσματα στα υποερωτήματα Vα (57x7) και Vβ (308x29) του τρίτου μέρους της γραπτής δοκιμασίας. Στη διάγνωσή του αναφέρεται πως δε γνωρίζει επαρκώς την προπαίδεια, και αυτό φαίνεται πως είναι το μόνο εμπόδιο που αντιμετωπίζει, μιας και γνωρίζει και εκτελεί σωστά τον αλγόριθμο. Πιο συγκεκριμένα, σημειώνει:

|                                                             |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline 392 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 308 \\ \times 29 \\ \hline 2781 \\ +616 \\ \hline 8941 \end{array}$ |
|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

Είναι προφανές ότι στην πρώτη περίπτωση υπολογίζει  $7 \times 7 = 42$ , ενώ στη δεύτερη  $9 \times 8 = 81$ . Όλα τα υπόλοιπα είναι σωστά.

 Ο μαθητής που φοιτά στη Β' Γυμνασίου πέτυχε σε 5 από τα 6 υποερωτήματα. Σε σχέση με τις στρατηγικές που ακολούθησε, στο υποερώτημα Ιε που απάντησε λανθασμένα ( $7 \times 99 = 684$ ) ισχυρίζεται ότι «το έκανε στο μυαλό του». Παρατηρούμε ότι υπολογίζει  $7 \times 9 = 54$  και μετά  $7 \times 9 = 63$  και τα προσθέτει σωστά.

Στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς του δεύτερου μέρους, επιτυγχάνει στα μισά ερωτήματα. Στο πρόβλημα ΙΙ, υπολογίζει ακριβώς με σωστή χρήση του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, αλλά απαντά λανθασμένα πως οι πόντοι δεν του φτάνουν, παρόλο που το αποτέλεσμα που βρήκε είναι μικρότερο από 10.000. Στα δύο υποερωτήματα του προβλήματος ΙΙΙ κάνει σωστούς κατ'

εκτίμηση υπολογισμούς και σημειώνει επιτυχία. Απαντά όμως λανθασμένα στο IV, όπως και ο προηγούμενος μαθητής.

Στο τρίτο μέρος παρουσιάζει τα εξής αποτελέσματα:

|                                                             |                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline 364 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 308 \\ \times 29 \\ \hline 2772 \\ +616 \phantom{0} \\ \hline 64372 \end{array}$ |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|

Στο Va πραγματοποιεί πρόσθεση  $7+7=14$ , υπολογίζει το κρατούμενο και κατόπιν πολλαπλασιάζει  $7 \times 5=35$  και προσθέτει το κρατούμενο. Πρόκειται περί σύγχυσης αλγορίθμων. Στο Vβ, πολλαπλασιάζει σωστά, αλλά μετατοπίζει το γινόμενο των δεκάδων δύο θέσεις αριστερά, γεγονός που δείχνει σύγχυση της θεσιακής αξίας των ψηφίων και λάθος εκτέλεση του αλγόριθμου. Είναι εμφανή τα σημάδια της δυσλεξίας.

 Ο μαθητής της Γ', που σημειώνει επιτυχία 100% στους Νοερούς Υπολογισμούς, για τα τρία πρώτα διατείνεται ότι τα γνώριζε «από μνήμης». Στα δύο επόμενα (Ιδ:  $12 \times 15$  και Ιε:  $7 \times 99$ ) προσθέτει επαναλαμβανόμενα, ενώ στο τελευταίο ( $25 \times 480$ ) εκτελεί το γραπτό αλγόριθμο.

Στο δεύτερο μέρος της γραπτής δοκιμασίας, ο μαθητής επιτυγχάνει κατά 75% (3 σωστές απαντήσεις στις 4). Στο λεκτικό πρόβλημα II απαντά σωστά, υπολογίζοντας ακριβώς με πολλαπλασιασμό. Με ακριβή τρόπο υπολογίζει και στο IIIα, όπου εκτελεί τον αλγόριθμο σωστά, καθώς και στο IIIβ, όπου όμως εξάγει λανθασμένο αποτέλεσμα, γράφοντας:  $2,55 \times 6=21,30$ . Πιθανόν να έγραψε 21 αντί για 12 στο γινόμενο  $6 \times 2$  (αντιστροφή ψηφίων), χωρίς να προσθέσει και τα κρατούμενα από το προηγούμενο  $6 \times 5$ .

Τέλος, εκτελεί σωστά τους αλγόριθμους και στα δύο υποερωτήματα της τελευταίας άσκησης, και βρίσκει σωστά αποτελέσματα (ποσοστό επιτυχίας 100%). Αν εξαιρέσουμε την αντιστροφή των ψηφίων σε έναν υπολογισμό, κατά τα άλλα ο μαθητής αυτός φαίνεται να βρίσκεται σε αρκετά καλό επίπεδο.

## ii) Δευτερογενείς ΜΔ

 Ο ένας από τους δύο μαθητές που εντάσσονται σε αυτή την ομάδα και που στη διάγνωσή του περιλαμβάνεται ότι αντιμετωπίζει σοβαρά προβλήματα στην εκτέλεση όλων των αλγόριθμων, σημειώνει επιτυχία σε 4 από τα 6 υποερωτήματα (67%). Στο Ια απαντά λανθασμένα  $2 \times 9 = 27$  (δηλαδή υπολογίζει  $3 \times 9$ ) και στο χώρο που του ζητήθηκε να περιγράψει πώς το σκέφτηκε, σημειώνει:  $9 \times 9 =$ . Σε όλα τα υπόλοιπα ερωτήματα απαντά με οριζόντια επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.

Ο μαθητής απαντά σωστά σε ένα από τα τέσσερα ερωτήματα του δεύτερου μέρους της δοκιμασίας, και αυτό είναι το ερώτημα του προβλήματος ΙΙ. Δεν περιγράφει όμως τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε. Στο υποερώτημα ΙΙα απαντά 40 ευρώ, γεγονός που πιθανόν σημαίνει ότι στρογγυλοποίησε το 3,95 σε 4 και το δεκαπλασίασε αντί να το εξαπλασιάσει. Όμοια έδρασε και στο ΙΙβ, όπου απαντά 30 ευρώ, στρογγυλοποιώντας το 2,55 σε 3 και δεκαπλασιάζοντας. Στο λεκτικό πρόβλημα IV απαντά λανθασμένα, στρογγυλοποιώντας το 2,89 σε 2.

Στο τρίτο μέρος, που αναφέρεται στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, ο μαθητής απαντά μόνο στο πρώτο υποερώτημα, και μάλιστα λανθασμένα, επομένως σημειώνει επιτυχία 0%. Ας δούμε το λάθος του στο Vα:

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline 49 \\ +35 \\ \hline 81 \end{array}$$

Εδώ λοιπόν έχουμε λάθος χρήση του αλγόριθμου και της θεσιακής αξίας των ψηφίων. Το γινόμενο των μονάδων επί τις δεκάδες θα έπρεπε να είναι μετατοπισμένο μία θέση αριστερά. Επίσης, ο μαθητής έχει κάνει λάθος και στην πρόσθεση, αφού έχει υπολογίσει ότι  $9 + 5 = 11$ .

 Ο δεύτερος μαθητής με δευτερογενείς ΜΔ, ο οποίος σύμφωνα με τη διάγνωσή του δεν εκτελεί αλγόριθμους, αλλά εκτελεί πράξεις με μικρές

ποσότητες διαισθητικά, επιτυγχάνει και αυτός κατά 67%. Πιο συγκεκριμένα, απαντά σωστά στα Ια, Ιβ, Ιγ και Ιε, ενώ λανθάνει στο Ιδ όπου σημειώνει  $12 \times 15 = 144$  και στο Ιστ, όπου σημειώνει  $25 \times 480 = 21.800$ . Δυστυχώς, δεν περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε σε κανένα από τα υποερωτήματα, απλώς ισχυρίζεται πως «το ήξερε».

Ο ίδιος δεν απαντά τίποτα στο δεύτερο μέρος της δοκιμασίας, εκτός από το πρόβλημα IV, όπου όμως απαντά λανθασμένα, όπως και ο προηγούμενος μαθητής. Αξίζει να σημειώσουμε εδώ ότι στη διάγνωση του αναφέρεται ότι δεν κατανοεί απλό κείμενο, κάτι που επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα.

Ο μαθητής απαντά επίσης μόνο στο Va και επίσης λανθασμένα (ποσοστό επιτυχίας 0%), και μάλιστα ως εξής:

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline 3549 \end{array}$$

Είναι σαφές το λάθος στη χρήση του αλγόριθμου, το 35 θα έπρεπε να μπει κάτω από το 49 και μετατοπισμένο κατά μία θέση αριστερά, και έπειτα να γίνει πρόσθεση.

### iii) Γενικευμένες ΜΔ

 Η μία από τις δύο μαθήτριες που φοιτούν στην Α' τάξη και αντιμετωπίζουν *Γενικευμένες ΜΔ* απαντά σωστά σε 2 από τα 6 υποερωτήματα (33%), και συγκεκριμένα στα δύο πρώτα, για τα οποία μας λέει ότι τα γνωρίζει «από την προπαίδεια», δηλαδή από μνήμης. Στο Ιγ απαντά  $5 \times 12 = 10$ , και στο ερώτημα «Πώς σκέφτηκα;» απαντά «Δε γίνεται ακριβώς και έβαλα 10». Στα τρία τελευταία υποερωτήματα προσθέτει τους αριθμούς που της δίνονται να πολλαπλασιάσει, και τα αποτελέσματα που βρίσκει είναι τα εξής: Στο Ιδ σημειώνει  $12 \times 15 = 17$ , στο Ιε  $7 \times 99 = 106$  και στο Ιστ  $25 \times 480 = 503$ . Ως στρατηγική σημειώνει πως «το ήξερε από πριν». Εδώ έχουμε σύγχυση συμβόλων και λειτουργιών τους, καθώς και αδυναμία εκτέλεσης αλγόριθμων των βασικών πράξεων.

Στο δεύτερο μέρος, επιτυγχάνει σε 3 από τα 4 ερωτήματα των κατ' εκτίμηση υπολογισμών (ποσοστό επιτυχίας 75%). Συγκεκριμένα, στο πρόβλημα

Η απαντά σωστά, διεξάγοντας όμως με λανθασμένο τρόπο τον αλγόριθμο της πράξης που εκτελεί. Γράφει κατακόρυφα  $1.495+6=8.161$ , δηλαδή εκτελεί τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, αλλά αντί για πολλαπλασιασμό κάνει πρόσθεση το 6 με όλα τα ψηφία του 1.495. Στο πρόβλημα ΙΙΙ, επιλέγει να υπολογίσει ακριβώς με επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και στο ΙΙΙβ τα καταφέρνει να υπολογίσει σωστά, στο ΙΙΙα όμως όχι, κάνοντας λάθος στα κρατούμενα. Στο πρόβλημα πολλαπλής επιλογής απαντά σωστά. Η διάγνωσή της αναφέρει πως δεν κατανοεί το περιεχόμενο και τη δομή των προβλημάτων και ότι δεν έχει κατακτήσει στρατηγικές σκέψης. Κάτι τέτοιο δε γίνεται αντιληπτό από την εικόνα των απαντήσεων που μας δίνει στο δεύτερο μέρος της γραπτής δοκιμασίας. Παρατηρούμε και πάλι τις ίδιες αδυναμίες με αυτές του πρώτου μέρους, δηλαδή σύγχυση συμβόλων και δυσκολία στην εκτέλεση των αλγόριθμων των βασικών πράξεων.

Στα δύο υποερωτήματα του τελευταίου μέρους της γραπτής δοκιμασίας, όπου εξετάζουμε τις επιδόσεις στο γραπτό αλγόριθμο, η μαθήτρια σημείωσε επιτυχία κατά 100%.

 Η δεύτερη μαθήτρια της Α' τάξης που εντάσσεται στην ομάδα των *Γενικευμένων ΜΔ*, και στη διάγνωσή της αναφέρεται ότι παρουσιάζει χαμηλό επίπεδο στις μαθηματικές δεξιότητες, επιτυγχάνει επίσης στα 2 πρώτα από τα 6 υποερωτήματα (33%) του πρώτου μέρους. Τα αποτελέσματα που βρίσκει στα υπόλοιπα είναι  $5 \times 12 = 65$  για το Ιγ,  $12 \times 15 = 75$  για το Ιδ,  $7 \times 99 = 127$  για το Ιε και τέλος, για το Ιστ  $25 \times 480 = 11500$ . Δεν περιγράφει τη στρατηγική που ακολούθησε σε κανένα από αυτά.

Στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, σημειώνει επιτυχία κατά 50%, απαντώντας σωστά στα προβλήματα ΙΙ και ΙV. Στην ερώτηση «πώς σκέφτηκα» για το ΙΙ απαντά: «κάνω αφαίρεση το 10.000 με το 1.500». Έχουμε λανθασμένη επιλογή πράξης, μη συνειδητοποίηση ότι χρειαζόμαστε 6 κούπες και όχι 1, αλλά έχουμε επίσης και σωστή στρογγυλοποίηση του 1.495 σε 1.500, δηλαδή σωστό κατ' εκτίμηση υπολογισμό, εν μέρει. Τέλος, στο πρόβλημα ΙΙΙ περιγράφει τη στρατηγική που επιθυμεί να χρησιμοποιήσει, δηλαδή γράφει «πολλαπλασιάζω το  $3,95 \times 6$  για το ΙΙΙα και το  $2,55 \times 6$  για το ΙΙΙβ», άρα υπολογίζει ακριβώς και όχι κατ' εκτίμηση, αλλά δεν διεξάγει τις πράξεις. Έχουμε λοιπόν αδυναμία εκτέλεσης πολλαπλασιασμού με δεκαδικούς αριθμούς.

Στο τρίτο μέρος, η μαθήτρια σημείωσε επιτυχία κατά 100%, εκτέλεσε δηλαδή σωστά και τους δύο αλγόριθμους, μονοψήφιο με διψήφιο και διψήφιο με τριψήφιο.

 Η μαθήτρια της Γ', στους νοερούς υπολογισμούς απαντά σωστά σε πέντε από τα έξι υποερωτήματα (ποσοστό επιτυχίας 83%), κάνοντας λάθος υπολογισμό στο Ιε, όπου σημειώνει πως  $7 \times 99 = 123$ . Στα δύο πρώτα διατείνεται πως τα γνωρίζει από την προπαίδεια, ενώ για τα υπόλοιπα δε δίνει περιγραφή του τρόπου σκέψης της.

Στο δεύτερο μέρος, η μαθήτρια απαντά σωστά στα μισά ερωτήματα. Στο πρόβλημα II δίνει σωστή απάντηση, αλλά δεν περιγράφει στρατηγική. Στο III, επιλέγει να υπολογίσει κατ' εκτίμηση, στρογγυλοποιώντας όμως το 3,95 σε 3 και το 2,55 σε 2. Έχουμε λοιπόν λανθασμένους υπολογισμούς, σε αντίθεση με το πρόβλημα IV όπου στρογγυλοποιεί σωστά και δίνει τη σωστή απάντηση στο ερώτημα πολλαπλής επιλογής.

Στο γραπτό αλγόριθμο, η μαθήτρια της Γ' πραγματοποιεί σωστά τον πρώτο από τους δύο πολλαπλασιασμούς (ποσοστό 50%). Στο δεύτερο, σημειώνει τα εξής:

$$\begin{array}{r} 308 \\ \times 29 \\ \hline 2817 \\ \times 64 \quad . \\ \hline 12217 \end{array}$$

Παρατηρούμε ότι πραγματοποιεί πρόσθεση μεταξύ του 9 και του 8, και μετά πολλαπλασιάζει λανθασμένα  $9 \times 3 = 28$ . Το 64 που βρίσκεται από κάτω μετατοπισμένο δύο θέσεις αριστερά, πιθανόν να προέκυψε από λάθος πολλαπλασιασμούς του 2 με το 308. Επίσης παρατηρούμε σύγχυση συμβόλων και λάθη στον αλγόριθμο της πρόσθεσης και στη λειτουργία των κρατούμενων.

#### iv) Σύνθετες Γνωστικές, Κοινωνικές και Συναισθηματικές Δυσκολίες

Εδώ συναντάμε δύο μαθητές, έναν από την Α' και έναν από τη Β' τάξη του Γυμνασίου.

 Ο μαθητής της Α' παρουσιάζει σοβαρές δυσκολίες στους αλγόριθμους του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, σύμφωνα με τη διάγνωση του. Μας δίνει 4 σωστές απαντήσεις στα 6 υποερωτήματα (67%) της άσκησης του πρώτου μέρους της γραπτής δοκιμασίας που σχετίζεται με τους Νοερούς Υπολογισμούς. Απαντά λανθασμένα στο Ιβ, γράφοντας πως  $5 \times 6 = 10$ , ενώ στο Ιστ δεν απαντά καθόλου. Ως απάντηση στο ερώτημα «Πώς σκέφτηκα;», γράφει σε όλα πλην του Ιστ, όπου δε γράφει τίποτα, «απ' το μυαλό μου».

Στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, αφήνει αναπάντητα τα προβλήματα II και III και απαντά στο IV κάνοντας λανθασμένη επιλογή, αφού στρογγυλοποίησε το 8,92 σε 8 και το 2,89 σε 2 (ποσοστό επιτυχίας 0%). Επιβεβαιώνεται έτσι η αναφορά που γίνεται στη διάγνωση του ότι δεν κατανοεί το περιεχόμενο και τη δομή των λεκτικών προβλημάτων.

Ο μαθητής αφήνει πλήρως αναπάντητη την τρίτη άσκηση της δοκιμασίας. Έχουμε αδυναμία εκτέλεσης του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού.

 Το γνωστικό επίπεδο του μαθητή της Β', σύμφωνα με τη διάγνωση που έχουμε για αυτόν, είναι εξαιρετικά χαμηλό. Σε ό,τι αφορά τα μαθηματικά, δε γνωρίζει την προπαίδεια, καθώς επίσης και κανένα αλγόριθμο. Αυτά αποδεικνύονται και από την εικόνα που παρουσιάζει η κόλλα της γραπτής δοκιμασίας που μας παρέδωσε, καθώς δεν απαντά τίποτα σε κανένα ερώτημα, εκτός από το Ια, όπου σημειώνει σωστά πως  $2 \times 9 = 18$ . Το υπόλοιπο γραπτό είναι κενό. Αξίζει να επισημάνουμε επίσης ότι ο μαθητής δεν έχει γράψει ούτε το επώνυμό του, και στο τμήμα του, αντί να γράψει Β<sub>3</sub>, έχει γράψει Β<sub>Ε</sub>, αντιστρέφοντας το 3. Ο μαθητής αντιμετωπίζει εμφανώς σοβαρές μαθησιακές δυσκολίες.

#### v) Νοητική ανεπάρκεια ή ανωριμότητα

 Ο μαθητής της Β' Γυμνασίου στον οποίο αναφέρεται η παραπάνω διάγνωση, μας απαντά σωστά στα 4 πρώτα από τα 6 υποερωτήματα (ποσοστό επιτυχίας 67%), ενώ στα δύο τελευταία δεν απαντά. Όσον αφορά τις στρατηγικές που ακολούθησε, για το Ια πραγματοποίησε πρόσθεση

( $2 \times 9 = 9 + 9 = 18$ ). Στο Ιβ ( $5 \times 6$ ) βρήκε πρώτα ότι  $5 \times 5 = 25$  και έπειτα πρόσθεσε άλλα 5 και έφτασε στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Στο Ιγ διασπά το 12 σε  $10 + 2$ , και υπολογίζει  $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2 = 50 + 10 = 60$ . Τέλος, στο Ιδ απαντά σωστά, αλλά δεν περιγράφει ποια στρατηγική ακολούθησε. Παρατηρούμε σωστούς και ενδιαφέροντες συνειρμούς από το μαθητή που παρουσιάζει τις πιο σοβαρές μαθησιακές δυσκολίες.

Για το μαθητή μας που παρουσιάζει νοητική ανεπάρκεια, αναφέρεται επίσης ότι δεν κατανοεί τη δομή των λεκτικών προβλημάτων. Πράγματι, κάτι τέτοιο γίνεται αντιληπτό από τις απαντήσεις που δίνει στα προβλήματα ΙΙ και ΙΙΙ, αφού και στα δύο εκτελεί (σωστά) τον αλγόριθμο της πρόσθεσης μεταξύ όλων των αριθμών που του δίνονται. Πιο συγκεκριμένα, στο πρόβλημα ΙΙ γράφει:  $1.495 + 10.000 = 11.495 + 6 = 11.501$ . Δεν απαντά αν του φτάνουν ή δεν του φτάνουν οι κούπες. Στο πρόβλημα ΙΙΙ, προσθέτει τις τιμές των ξύλινων και των πλαστικών γραμμάτων μεταξύ τους, γράφοντας:  $3,95 + 2,55 = 6,5$ . Στο πρόβλημα πολλαπλής επιλογής απαντά λανθασμένα, στρογγυλοποιώντας το 2,89 σε 2. Συνολικά λοιπόν, δεν απαντά σωστά σε κανένα λεκτικό πρόβλημα, κάνοντας λανθασμένες επιλογές πράξεων, αφού επιλέγει να εκτελεί μόνο πρόσθεση. Σε όλες όμως τις περιπτώσεις, ο αλγόριθμος της πρόσθεσης εκτελείται σωστά, γεγονός που δείχνει πως τον έχει κατακτήσει.

Στο τρίτο μέρος της γραπτής δοκιμασίας, ο μαθητής απαντά σωστά στο υποερώτημα Va (ποσοστό επιτυχίας 50%), ενώ στο Vβ γράφει ένα μέρος του αλγόριθμου, αλλά δεν τον ολοκληρώνει. Πιο συγκεκριμένα, γράφει:

$$\begin{array}{r} 308 \\ \times 29 \\ \hline 2772 \\ 616 \end{array}$$

και δεν ολοκληρώνει προσθέτοντας τα δύο εξαγόμενα των πολλαπλασιασμών. Και εδώ παρατηρούμε κάποια αδυναμία σωστής χρήσης του αλγόριθμου.

### **2.3.4 Συμπεράσματα**

Συνοψίζοντας, μπορούμε να επισημάνουμε ότι, όπως αναμέναμε, οι μαθητές που αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες παρουσίασαν χαμηλότερες επιδόσεις σε όλα τα ερωτήματα της γραπτής δοκιμασίας σε σχέση με τους υπόλοιπους συμμαθητές τους. Ανταπεξέρχονται επαρκώς στα εύκολα και στα μεσαίας δυσκολίας γινόμενα της προπαίδειας, αλλά συναντούν ιδιαίτερες δυσκολίες στα δύσκολα (γινόμενα του 6, 7, 8 και 9), καθώς και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου. Πιο συγκεκριμένα, στα γινόμενα μονοψήφιου με διψήφιο αριθμό απαντούν σωστά λιγότεροι από τους μισούς, ενώ σε αυτά των διψήφων με τριψήφιο απαντά σωστά περίπου ένας στους τρεις.

Σε γενικές γραμμές, οι μαθητές με ΜΔ δεν περιγράφουν τις στρατηγικές που επέλεξαν να ακολουθήσουν, γεγονός που επιβεβαιώνει τις δυσκολίες που συναντούν στην έκφραση. Αν εξαιρέσουμε το ερώτημα Ιγ του πρώτου μέρους (5x12), όπου τα επιμέρους γινόμενα των ψηφίων θεωρούνται εύκολα, δεν κάνουν νοερούς υπολογισμούς, αλλά προτιμούν να προσθέτουν επαναλαμβανόμενα. Επίσης, όσοι απάντησαν στα ερωτήματα του δεύτερου μέρους της δοκιμασίας, επέλεξαν τους ακριβείς και όχι τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς.

Επισημαίνουμε ότι επαληθεύτηκαν σχεδόν όλες οι διαγνώσεις των μαθητών με ΜΔ. Η εικόνα του κάθε γραπτού περιλάμβανε χαρακτηριστικά λάθη που κάνουν τα άτομα που αντιμετωπίζουν τέτοιου είδους δυσκολίες. Ως μη αναμενόμενη θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε μόνο την περίπτωση του μαθητή ο οποίος έχει διαγνωστεί με νοητική ανεπάρκεια ή ανωριμότητα και αρχικά περιμέναμε να παρουσιάσει τη χαμηλότερη επίδοση από τους υπόλοιπους, κάτι το οποίο δε συνέβη. Και πάλι όμως, τα σημάδια των δυσκολιών που αντιμετωπίζει ήταν εμφανή.

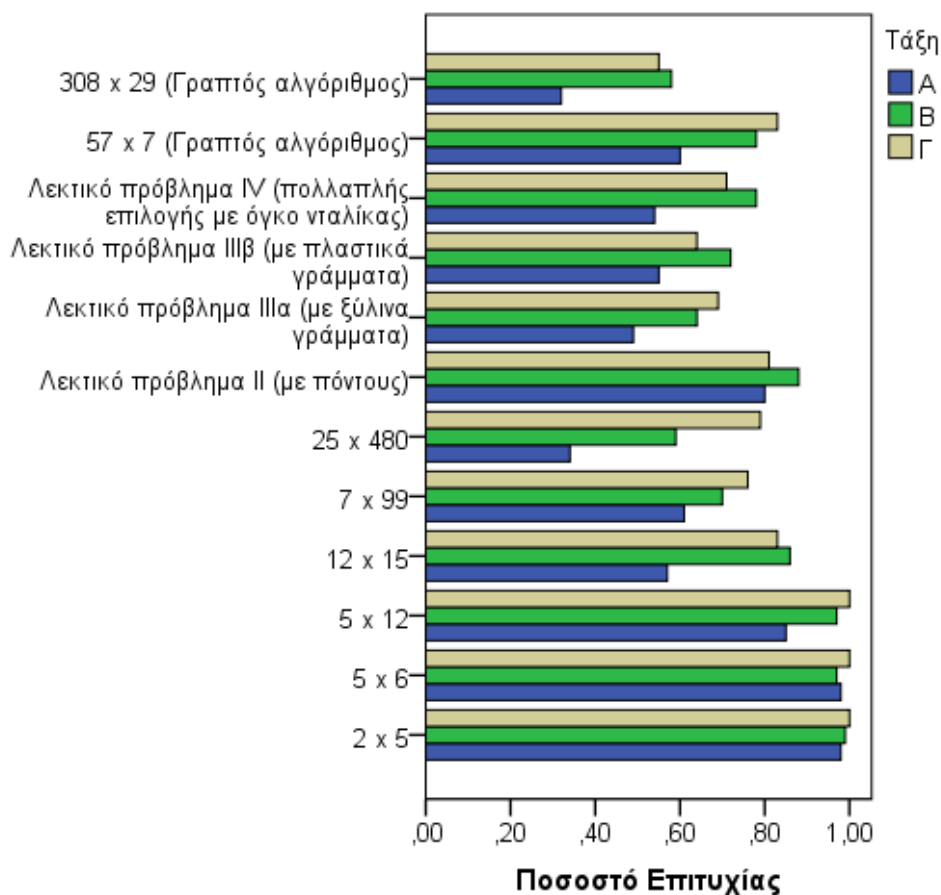
Αξίζει να σημειώσουμε ότι, όπως φάνηκε και από τα προαναφερθέντα αποτελέσματα, σε κάθε κατηγορία ΜΔ υπήρξαν διαβαθμίσεις, γεγονός που επιβεβαιώνει ότι δεν είναι κοινό το προφίλ όλων των παιδιών που έχουν την ίδια μαθησιακή δυσκολία, και κάθε περίπτωση θα πρέπει να εξετάζεται ξεχωριστά.

## **2.4 Σύγκριση των μαθητών ανάλογα με την τάξη που φοιτούν**

Η τελευταία σύγκριση μεταξύ των μαθητών μας σε ό,τι αφορά τις επιδόσεις και τις στρατηγικές που επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν στη γραπτή δοκιμασία της έρευνάς μας, σχετίζεται με την τάξη στην οποία φοιτούν. Επομένως, οι υπό σύγκριση ομάδες εδώ είναι τρεις: οι μαθητές της Α' Γυμνασίου, το πλήθος των οποίων είναι 82, οι μαθητές της Β' Γυμνασίου, το πλήθος των οποίων είναι 76 και τέλος, οι μαθητές της Γ' τάξης του Γυμνασίου που είναι 42. Η στατιστική μελέτη πραγματοποιήθηκε μέσω της Oneway ANOVA του προγράμματος SPSS.

Μπορούμε να λάβουμε μια γενική εικόνα των επιδόσεων των μαθητών των τριών τάξεων από το ακόλουθο ραβδόγραμμα 4.

**Ραβδόγραμμα 4**



### **2.4.1 Επιδόσεις**

Όπως φαίνεται στο ραβδόγραμμα 4, οι μαθητές της Α' Γυμνασίου σημειώνουν λιγότερες επιτυχημένες απαντήσεις σε όλα τα υποερωτήματα των Νοερών Υπολογισμών σε σχέση με τους μαθητές των άλλων δύο τάξεων. Στα δύο πρώτα, που περιλαμβάνονται στον πίνακα της προπαίδειας (Iα: 2x9 και Iβ: 5x6), τα ποσοστά επιτυχίας τους είναι ιδιαίτερα υψηλά (97,6% και στα δύο). Στα υπόλοιπα υποερωτήματα όμως, όπου οι αριθμοί που δίνονται είναι μεγαλύτεροι και οι υπολογισμοί πιο πολύπλοκοι, τα ποσοστά μειώνονται αισθητά, για να φτάσουν στο Ιστ (25x480) στο 34,1%, όπου τα αντίστοιχα ποσοστά της Β' είναι 59,2% και της Γ' 78,6%. Η τελευταία είναι και η μεγαλύτερη διαφορά που σημειώνεται μεταξύ των δύο μεγαλύτερων τάξεων. Αξίζει τέλος να τονίσουμε ότι κανένας μαθητής της Γ' τάξης δεν απαντά λανθασμένα στα τρία πρώτα υποερωτήματα της γραπτής δοκιμασίας.

Σε ό,τι αφορά τους Κατ' εκτίμηση Υπολογισμούς, καλύτερα ανταποκρίθηκαν οι μαθητές της Β' τάξης με μέσο όρο 75,7%, ακολουθούν οι μαθητές της Γ' με μέσο όρο 71,4%, ενώ τελευταίοι στη σειρά της επιτυχίας έρχονται οι μαθητές που φοιτούν στην Α' Γυμνασίου, με μέσο όρο 59,5%. Τα υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας συγκεντρώνονται από όλους τους μαθητές στο λεκτικό πρόβλημα II. Οι μαθητές της Α' Γυμνασίου σημειώνουν επιτυχία ανάλογη με εκείνη των μαθητών των δύο μεγαλύτερων τάξεων στο λεκτικό πρόβλημα II (έχουμε 80,5% για τους μαθητές της Α' τάξης, 88,2% για τους μαθητές της Β' και 81% για τους μαθητές της Γ'), ενώ στα υπόλοιπα προβλήματα, τα ποσοστά επιτυχίας τους μειώνονται γύρω στο 50%.

Μεγαλύτερη επιτυχία σχετικά με την εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου σημείωσαν οι μαθητές της Γ' τάξης του Γυμνασίου στο Vα (μονοψήφιος επί διψήφιο) σε ποσοστό 83,3% και της Β' τάξης στο Vβ (διψήφιος επί τριψήφιο), σε ποσοστό 57,9%. Οι μαθητές της Α' βρίσκονται σε χαμηλότερα ποσοστά των δύο μεγαλύτερων τάξεων και στα δύο υποερωτήματα, με το ποσοστό επιτυχίας τους στο Vβ να περιορίζεται στο 31,7% (δηλαδή περίπου 1 στους 3).

Ας δούμε τώρα τη στατιστική ανάλυση των παραπάνω αποτελεσμάτων. Αρχικά, παραθέτουμε τους μέσους όρους των επιδόσεων των μαθητών των τριών τάξεων στα τρία μέρη της γραπτής δοκιμασίας στον ακόλουθο πίνακα 4α.

**Πίνακας 4α**

|                                    | Μ.Ο. Επιτυχιών<br>(Νοεροί<br>Υπολογισμοί) | Μ.Ο. Επιτυχιών<br>(Κατ' εκτίμηση<br>Υπολογισμοί) | Μ.Ο. Επιτυχιών<br>(Γραπτός<br>αλγόριθμος) |
|------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| <i>Μαθητές της Α<br/>Γυμνασίου</i> | <b>72,2%</b>                              | <b>59,5%</b>                                     | <b>45,8%</b>                              |
| <i>Μαθητές της Β<br/>Γυμνασίου</i> | <b>85%</b>                                | <b>75,7%</b>                                     | <b>67,8%</b>                              |
| <i>Μαθητές της Γ<br/>Γυμνασίου</i> | <b>89,7%</b>                              | <b>71,4%</b>                                     | <b>69,1%</b>                              |

Στο πρώτο μέρος, για τους μαθητές της Α' τάξης έχουμε 4,33 σωστές απαντήσεις στις 6 (ποσοστό 72,2%) με τυπική απόκλιση 1,29. Για τους μαθητές της Β τάξης έχουμε 5,08 σωστές απαντήσεις στις 6 (85%) με τυπική απόκλιση 1,03 και για τους μαθητές της Γ έχουμε 5,36 σωστές απαντήσεις στις 6 (89,7%) με τυπική απόκλιση 0,86. Παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των επιδόσεων των μαθητών της Α' Γυμνασίου και των μαθητών των δύο μεγαλύτερων τάξεων μέσω της Oneway ANOVA ( $\text{sig} < 0,05$ ,  $F = 15,375$ ), ενώ δεν παρατηρήθηκε μεταξύ των μαθητών της Β' και της Γ' γυμνασίου.

Όσον αφορά τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, ο μέσος όρος των επιτυχιών των μαθητών της Α τάξης είναι 2,38 στα 4 ερωτήματα (ποσοστό 59,5%) με τυπική απόκλιση 1,27, της Β είναι 3,03 στα 4 (75,7%) με τυπική απόκλιση 1,13 και τέλος της Γ είναι 2,86 στα 4 (71,4%) με τυπική απόκλιση 1,26. Μέσω της Oneway ANOVA παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των επιδόσεων των μαθητών της Α Γυμνασίου, σε σχέση με αυτές των μαθητών των δύο μεγαλύτερων τάξεων ( $\text{sig} < 0,05$ ,  $F = 5,897$ ). Όπως και στους νοερούς υπολογισμούς, δε σημειώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των επιδόσεων των μαθητών της Β και της Γ Γυμνασίου.

Στο τρίτο μέρος, δηλαδή στη διεξαγωγή του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, πρώτοι έρχονται οι μαθητές της Γ τάξης κατά μέσο όρο, ο οποίος ανέρχεται σε ποσοστό 69,1% με τυπική απόκλιση 0,73. Ακολουθούν οι μαθητές της Β, με μέσο όρο 67,8% με τυπική απόκλιση 0,78, και τέλος οι

μαθητές της Α Γυμνασίου, οι οποίοι σημειώνουν μέσο όρο επιτυχιών 45,8% με τυπική απόκλιση 0,83. Οι επιδόσεις των μαθητών της Β τάξης, σε σχέση με αυτές των μαθητών της Γ δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντική διαφορά. Αντιθέτως, στατιστικά σημαντική διαφορά σημειώνεται και πάλι μεταξύ των επιδόσεων των μαθητών της Α γυμνασίου, σε σύγκριση με τους μαθητές των δύο μεγαλύτερων τάξεων ( $\text{sig} < 0,05$ ,  $F = 7,807$ ).

#### **2.4.2 Στρατηγικές**

Ακολουθώντας, θα εξετάσουμε τα αξιοσημείωτα αποτελέσματα σχετικά με τις στρατηγικές που επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές της κάθε τάξης.

##### 2.4.2α Νοεροί Υπολογισμοί

Οι μαθητές της Α' Γυμνασίου δεν περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν κατά μεγαλύτερα ποσοστά σε σύγκριση με τους μαθητές των δύο μεγαλύτερων τάξεων σε όλα τα υποερωτήματα του πρώτου μέρους της γραπτής δοκιμασίας. Για παράδειγμα, στο Ιστ το 42,7% των μαθητών της Α' δεν περιγράφει στρατηγική, ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά για τους μαθητές της Β' και της Γ' τάξης κυμαίνονται γύρω στο 10%.

Οι μαθητές της Β' Γυμνασίου προτιμούν την εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού και συγκεντρώνουν στη στρατηγική αυτή τα μεγαλύτερα ποσοστά τους σε ό,τι αφορά τα τέσσερα τελευταία υποερωτήματα (Ιγ – Ιστ), σε σχέση με τους μαθητές των υπόλοιπων τάξεων. Για παράδειγμα, στο Ιστ, το 76,3% των μαθητών της Β' εκτελεί το γραπτό αλγόριθμο, ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 47,6% για τη Α' και 66,7% για τους μαθητές της Γ' Γυμνασίου.

Οι μαθητές της Γ' συγκεντρώνουν σε όλα τα υποερωτήματα του πρώτου μέρους της γραπτής δοκιμασίας τα υψηλότερα ποσοστά σε σύγκριση με τους μαθητές των μικρότερων τάξεων στη στρατηγική της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης. Ο μέσος όρος χρήσης της στρατηγικής αυτής από τους μαθητές της Γ' αγγίζει το 16,3%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για την Α' είναι 6,1% και για τη Β' 9%. Ακόμη, κάτι που επίσης αξίζει να αναφέρουμε είναι ότι στα δύο πρώτα υποερωτήματα, τα ποσοστά χρήσης των διαφόρων στρατηγικών διανέμονται με όμοιο τρόπο για τους μαθητές των τριών τάξεων, ενώ οι διαφορές μεταξύ τους αυξάνονται στα υπόλοιπα τέσσερα υποερωτήματα. Μπορούμε να δούμε αναλυτικότερα πώς κατανέμονται τα εν λόγω ποσοστά στον πίνακα ΙΙΙ στο παράρτημα Α.

#### 2.4.2β Κατ' εκτίμηση Υπολογισμοί

Δεν παρατηρήσαμε ιδιαίτερα μεγάλες διαφορές μεταξύ των ποσοστών των μαθητών των τριών τάξεων που επέλεξαν τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς. Στο λεκτικό πρόβλημα II, υψηλά είναι τα ποσοστά των μαθητών της Α' και της Γ' τάξης που δεν περιγράφουν τη στρατηγική που ακολούθησαν (30,5% και 23,8% αντίστοιχα). Στο πρόβλημα III, τα ποσοστά των μαθητών των τριών τάξεων που υπολόγισαν ακριβώς, μέσω του γραπτού αλγόριθμου, είναι πολύ κοντινά, ενώ σχετική διαφοροποίηση σημειώθηκε στα αντίστοιχα ποσοστά του προβλήματος II, όπου σχεδόν 3 στους 4 μαθητές της Β τάξης υπολογίζουν ακριβώς (72,4%), ενώ αντίστοιχα έχουμε περίπου 2 στους 3 μαθητές της Γ (61,9%), και 1 στους 2 μαθητές της Α (50%). Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι κανένας μαθητής της Γ' Γυμνασίου δεν αντιμετώπισε δυσκολίες όσον αφορά την κατανόηση της δομής και του περιεχομένου των λεκτικών προβλημάτων. Μπορούμε να διαπιστώσουμε τα προαναφερθέντα στον πίνακα 4β που ακολουθεί παρακάτω.

**Πίνακας 4β**

| <u>Τάξεις:</u>    | <i>II: Λεκτικό πρόβλημα<br/>με συλλογή πόντων για<br/>κούπες</i> |       |       | <i>IIIα: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων: Ξύλινα<br/>γράμματα</i> |       |       | <i>IIIβ: Λεκτικό<br/>πρόβλημα με αγορά<br/>γραμμάτων: Πλαστικά<br/>γράμματα</i> |       |       |
|-------------------|------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|---------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|
|                   | A                                                                | B     | Γ     | A                                                                             | B     | Γ     | A                                                                               | B     | Γ     |
| <i>Υπολογίζει</i> |                                                                  |       |       |                                                                               |       |       |                                                                                 |       |       |
| <i>κατ'</i>       | 12                                                               | 11    | 6     | 30                                                                            | 33    | 19    | 29                                                                              | 31    | 18    |
| <i>εκτίμηση</i>   | 14,6%                                                            | 14,5% | 14,3% | 36,6%                                                                         | 43,4% | 45,2% | 35,4%                                                                           | 40,8% | 42,9% |
| <i>Υπολογίζει</i> |                                                                  |       |       |                                                                               |       |       |                                                                                 |       |       |
| <i>ακριβώς</i>    | 41                                                               | 55    | 26    | 38                                                                            | 36    | 20    | 36                                                                              | 39    | 20    |
|                   | 50%                                                              | 72,4% | 61,9% | 46,3%                                                                         | 47,4% | 47,6% | 43,9%                                                                           | 51,3% | 47,6% |
| <i>Δεν</i>        |                                                                  |       |       |                                                                               |       |       |                                                                                 |       |       |
| <i>κατανοεί</i>   | 4                                                                | 2     | 0     | 4                                                                             | 3     | 0     | 3                                                                               | 3     | 0     |
| <i>το</i>         | 4,9%                                                             | 2,6%  | 0%    | 4,9%                                                                          | 3,9%  | 0%    | 3,7%                                                                            | 3,9%  | 0%    |
| <i>πρόβλημα</i>   |                                                                  |       |       |                                                                               |       |       |                                                                                 |       |       |
| <i>Δεν</i>        | 25                                                               | 8     | 10    | 10                                                                            | 4     | 3     | 14                                                                              | 3     | 4     |
| <i>απαντά</i>     | 30,5%                                                            | 10,5% | 23,8% | 12,2%                                                                         | 5,3%  | 7,1%  | 17,1%                                                                           | 3,9%  | 9,5%  |

### **2.4.3 Συμπεράσματα**

Συνοψίζοντας, η βασικότερη παρατήρηση όσον αφορά τη σύγκριση των επιδόσεων των μαθητών των τριών τάξεων, είναι ότι οι μαθητές της Α τάξης σημείωσαν χαμηλότερα ποσοστά επιτυχημένων απαντήσεων σε σχέση με τους μαθητές των δύο μεγαλύτερων τάξεων, και οι διαφορές ήταν στατιστικά σημαντικές και στα τρία μέρη της δοκιμασίας. Το γεγονός αυτό αποτελεί μία ισχυρή ένδειξη ότι οι μαθητές όλων των επιπέδων βελτιώνονται με το χρόνο και περνώντας από τάξη σε επόμενη τάξη.

Δεν παρατηρήθηκαν ιδιαίτερες διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων σχετικά με τις στρατηγικές που ακολούθησαν, είτε στους νοερούς, είτε στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς. Το μόνο ίσως σημείο που αξίζει να αναφερθεί, είναι ότι οι μαθητές της Α τάξης δεν περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν σε μεγαλύτερα ποσοστά από τους μαθητές της Β και της Γ τάξης.

### **3. ΣΥΖΗΤΗΣΗ**

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα της έρευνάς μας και διεξάγοντας τα πρώτα, γενικά συμπεράσματα από αυτά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι επαληθεύτηκαν οι περισσότερες υποθέσεις που κάναμε με βάση τους στόχους που θέσαμε, αλλά προέκυψαν και επιπλέον χρήσιμες και σημαντικές πληροφορίες που σχετίζονται με το δείγμα μας και την ανταπόκρισή του στους υπολογισμούς γινομένων με διάφορους τρόπους, οι οποίες δύνανται να λάβουν, εκτός από εκπαιδευτικές, και κοινωνικές διαστάσεις.

Με βάση τη συνολική εικόνα των γραπτών των συμμετεχόντων μαθητών, θα χαρακτηρίζαμε τις επιδόσεις τους σχετικά μέτριες, εφόσον λάβουμε υπόψη μας ότι πρόκειται για μαθητές Γυμνασίου, ενώ τα θέματα στα οποία τους ζητήσαμε να απαντήσουν αφορούν ύλη δημοτικού. Στο πρώτο μέρος της δοκιμασίας που αφορούσε τους Νοερούς Υπολογισμούς, οι επιδόσεις ακολούθησαν φθίνουσα πορεία όσο δυσκόλευαν τα γινόμενα. Στα λεκτικά προβλήματα του δεύτερου μέρους 1 στους 4 μαθητές απαντά λανθασμένα. Ειδικότερα, στο ερώτημα πολλαπλής επιλογής 1 στους 3 μαθητές επιλέγει λάθος απάντηση, ποσοστό αρκετά χαμηλό και μια υπόθεσή μας που δεν επαληθεύτηκε. Ιδιαίτερα χαμηλά ποσοστά επιτυχίας είχαμε και στη χρήση του γραπτού αλγόριθμου, ειδικά στο γινόμενο διψήφιου επί τριψήφιο στο τρίτο μέρος της δοκιμασίας.

Αξίζει εδώ να επισημάνουμε, μιλώντας για ένα σημαντικό μέρος του δείγματός μας, ότι παρατηρήσαμε ποικίλα λάθη που σχετίζονται με την εκτέλεση της πράξης του πολλαπλασιασμού, αλλά και με την κατανόηση των λεκτικών προβλημάτων. Πιο συγκεκριμένα, συναντήσαμε λάθη σε γινόμενα από τους πίνακες της προπαίδειας, στις προσθέσεις κατά τη διάρκεια διεξαγωγής του αλγόριθμου, στην ίδια τη λειτουργία του αλγόριθμου, λάθη που σχετίζονται με τη θεσιακή αξία των ψηφίων. Επίσης, διαπιστώσαμε ότι οι μαθητές συνάντησαν προβλήματα με την υποδιαστολή στα γινόμενα με δεκαδικούς, αλλά και ότι σε αρκετές περιπτώσεις δυσκολεύτηκαν να κατανοήσουν τα λεκτικά προβλήματα.

Όσον αφορά τις στρατηγικές που ακολούθησαν οι μαθητές, σημειώνουμε ότι γενικά προτίμησαν να διεξάγουν ακριβείς υπολογισμούς μέσω της χρήσης του γραπτού αλγόριθμου, αν και τους ζητήθηκε να κάνουν νοερούς και κατ' εκτίμηση υπολογισμούς. Παρόλα αυτά, όσοι επέλεξαν να υπολογίσουν νοερά, παρουσίασαν ποικιλία άτυπων στρατηγικών, με πιο συχνές την

επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και τη διάσπαση του ενός αριθμού σε δεκάδες. Στα λεκτικά προβλήματα αρκετοί ήταν οι μαθητές που δεν περιέγραψαν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν για να απαντήσουν. Επίσης, είναι χαμηλό σχετικά το ποσοστό των μαθητών που απαντούν σωστά κάνοντας κατ' εκτίμηση υπολογισμούς.

Αυτή η γενική εικόνα μας δείχνει ότι αρκετοί μαθητές αντιμετωπίζουν προβλήματα στα «δύσκολα» γινόμενα των πινάκων της προπαιδείας (πολλαπλάσια του 6, 7, 8 και 9), καθώς και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, παρόλο που τα έχουν διδαχθεί από τις αρχές του Δημοτικού σχολείου. Οι περισσότεροι επίσης προτιμούν το σίγουρο δρόμο του γραπτού αλγόριθμου, και δεν υπολογίζουν νοερά, ούτε κατ' εκτίμηση, ακόμα και σε ποσά που στρογγυλοποιούνται εύκολα.

Η εικόνα που λάβαμε από τα γραπτά των δίγλωσσων μαθητών μας σε σχέση με εκείνα των μη δίγλωσσων, ήταν λίγο - πολύ αναμενόμενη, με βάση και τις υποθέσεις που κάναμε, ότι δηλαδή οι δίγλωσσοι μαθητές μας θα αντιμετωπίσουν προβλήματα στο λεκτικό κομμάτι της γραπτής δοκιμασίας. Πράγματι, οι δίγλωσσοι μαθητές, ενώ στους νοερούς υπολογισμούς και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου παρουσιάζουν παρόμοιες επιδόσεις με τους μη δίγλωσσους, αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες στα λεκτικά προβλήματα, με αποτέλεσμα μεταξύ των επιδόσεων των δύο ομάδων να παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές. Επίσης, δεν περιγράφουν τις στρατηγικές που ακολουθούν σε υψηλότερα ποσοστά σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές. Κάτι ακόμα που αξίζει να σημειώσουμε, είναι ότι οι δίγλωσσοι μαθητές επιλέγουν περισσότερο τους ακριβείς υπολογισμούς, μέσω του γραπτού αλγόριθμου, ενώ οι μη δίγλωσσοι υπολογίζουν νοερά και κατ' εκτίμηση σε μεγαλύτερα ποσοστά.

Οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες σημείωσαν ιδιαίτερα χαμηλές επιδόσεις, κυρίως στα λεκτικά προβλήματα και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού. Πιο συγκεκριμένα, μόνο 1 στους 3 μαθητές με ΜΔ απάντησε σωστά στα λεκτικά προβλήματα, ενώ αρκετοί δεν κατανόησαν τη δομή και το περιεχόμενό τους, με αποτέλεσμα είτε να μην απαντούν καθόλου, είτε να κάνουν πράξεις μεταξύ των λάθος αριθμών. Προτίμησαν τους ακριβείς υπολογισμούς μέσω του γραπτού αλγόριθμου, αντί των νοερών ή κατ' εκτίμηση υπολογισμών, με πολλά προβλήματα όμως στην εκτέλεσή τους, δηλαδή εκτός από λάθη στα επιμέρους γινόμενα που αφορούν τους πίνακες της προπαιδείας, υπήρχαν λάθη σε σχέση με τη θεσιακή αξία των ψηφίων και την

τοποθέτησή τους σε στήλες, σύγκυση συμβόλων, και γενικά λανθασμένη χρήση του αλγόριθμου. Σε κάποιες περιπτώσεις μάλιστα, παρατηρήσαμε πλήρη αδυναμία εκτέλεσής του.

Η στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε συχνότερα από τους μαθητές με ΜΔ που προσπάθησαν να κάνουν νοερούς και κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, ήταν η επαναλαμβανόμενη πρόσθεση. Οι καλύτερες επιδόσεις επιτεύχθηκαν από τους μαθητές που έχουν διαγνωστεί με δυσλεξία, ενώ οι χειρότερες από την ομάδα των μαθητών που παρουσιάζουν σύνθετες γνωστικές, κοινωνικές και συναισθηματικές δυσκολίες. Σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις επαληθεύτηκαν οι διαγνώσεις των ΚΕΔΔΥ, εκτός από την περίπτωση του μαθητή που έχει διαγνωστεί με νοητική ανεπάρκεια ή ανωριμότητα, ο οποίος τα πήγε καλά στους νοερούς υπολογισμούς, όπου σημείωσε 4 στις 6 σωστές απαντήσεις, και χρησιμοποίησε και άτυπες στρατηγικές, αλλά και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου, παρόλο που θεωρείται ότι δε γνωρίζει την προπαίδεια και ότι δεν εκτελεί πράξεις. Η διάγνωσή του συμφωνεί με τις απαντήσεις του στα λεκτικά προβλήματα, όπου όντως δεν κατανοεί τη δομή και το περιεχόμενό τους.

Τέλος, σε ό,τι αφορά τους μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες, είδαμε ότι γενικά δυσκολεύτηκαν στην περιγραφή των στρατηγικών που ακολούθησαν και σε πολλές περιπτώσεις, δεν περιέγραψαν καθόλου τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν.

Όσον αφορά την τάξη στην οποία φοιτούν οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνά μας, παρατηρήσαμε ότι έπαιξε σημαντικό ρόλο στις απαντήσεις τους. Πιο συγκεκριμένα, οι επιδόσεις των μαθητών της Α τάξης του Γυμνασίου ήταν χαμηλότερες από εκείνες των μαθητών των δύο μεγαλύτερων τάξεων, και μάλιστα οι διαφορές ήταν στατιστικά σημαντικές σε κάθε ένα από τα τρία μέρη της γραπτής δοκιμασίας. Οι μαθητές της Α τάξης αντιμετωπίζουν περισσότερα προβλήματα στα δύσκολα γινόμενα της προπαίδειας, στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου μεταξύ πολυψήφιων αριθμών (μόνο 1 στους 3 απαντά σωστά στο γινόμενο διψήφιου επί τριψήφιου), καθώς και στην περιγραφή των στρατηγικών που ακολούθησαν.

Οι επιδόσεις των μαθητών της Β και της Γ τάξης είναι πολύ καλύτερες από εκείνες των μαθητών της Α, και με μικρές διαφορές μεταξύ τους, με λίγο υψηλότερες εκείνες των μαθητών της Γ. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι κανένας μαθητής της Γ τάξης δε σημείωσε χαμηλές επιδόσεις σε κανένα από τα τρία μέρη της γραπτής δοκιμασίας, και επίσης δεν αντιμετώπισε προβλήματα

σε σχέση με την κατανόηση της δομής και τους περιεχομένου των λεκτικών προβλημάτων.

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, θα θέλαμε να επικεντρώσουμε την προσοχή μας σε μερικά βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν, και ενδεχομένως να επιδέχονται γενίκευσης.

Στο σύνολό τους οι μαθητές, παρόλο που φοιτούν πλέον στο Γυμνάσιο, δεν ανταπεξέρχονται ικανοποιητικά σε απλούς νοερούς και κατ' εκτίμηση υπολογισμούς σε αριθμούς που στρογγυλοποιούνται εύκολα, και σε ποσά και καταστάσεις που συναντούν ή δύναται να συναντήσουν συχνά στην καθημερινή τους ζωή. Αυτό δείχνει ότι δε μαθαίνουν να είναι ευέλικτοι στους υπολογισμούς τους και δεν εξασκούνται στη χρήση ποικίλων στρατηγικών, παρά υποχρεώνονται να επιλύσουν μόνο μέσω του γραπτού αλγόριθμου που είναι ο μόνος τρόπος που διδάσκεται από το Δημοτικό. Έτσι, περιορίζονται σε στενά πλαίσια, σε πεποιθήσεις ότι μόνο ένας τρόπος είναι σωστός, και τους ωθεί στο να είναι άτολμοι και διστακτικοί, χωρίς να εμπιστεύονται τον ίδιο τους τον εαυτό πολλές φορές ότι μπορεί να τα καταφέρει στους υπολογισμούς και στις πράξεις. Ίσως αυτός να είναι και ένας από τους λόγους που τα μαθηματικά φαντάζουν δύσκολα, απρόσιτα και μη ελκυστικά στα περισσότερα παιδιά σε όλες τις τάξεις του σχολείου, μιας και η λογική του «μόνου τρόπου» δεν περιορίζεται στη διδασκαλία των αριθμητικών πράξεων στο δημοτικό, αλλά είναι η κυρίαρχη γραμμή διδασκαλίας μαθηματικών μέχρι τα τέλη του λυκείου.

Οι μαθητές όμως δεν ανταπεξέρχονται ικανοποιητικά ούτε και στην εκτέλεση του γραπτού αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, τον οποίο εμπιστεύονται περισσότερο. Παρόλο που διδάσκονται την προπαίδεια από τη Β κιόλας Δημοτικού, και το γραπτό αλγόριθμο από τη Γ Δημοτικού, κάνουν πολλά λάθη στα γινόμενα μονοψήφιων (προπαίδεια του 6, 7, 8, 9), και στη χρήση του ίδιου του αλγόριθμου, όπως έχουμε ήδη δει. Παρατηρήσαμε, θα λέγαμε, ένα γενικό «φόβο» και δυσανασχέτηση σε ό,τι είχε να κάνει με πολλαπλασιασμούς πολυψήφιων ή δεκαδικών αριθμών. Δεν εντοπίζουμε το πρόβλημα στη νοημοσύνη των παιδιών, αλλά στην εμμονή της διδασκαλίας ενός και μοναδικού τρόπου επίλυσης, και στην παραδοχή μόνο αυτού ως σωστού. Η διαφορετικότητα του τρόπου σκέψης των μαθητών θα πρέπει τυγχάνει σεβασμού από τους δάσκαλους και τους καθηγητές και να έχει ελευθερία έκφρασης σε όλες τις βαθμίδες του σχολείου.

Οι μαθητές, κατά μεγάλο μέρος τους δεν περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται, μάλλον διότι το ελληνικό σχολείο γενικά δεν στοχεύει

ιδιαίτερα στην ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων. Μας ενδιαφέρει απλώς να μάθουν συγκεκριμένη ύλη, να πάρουν μόνο αυτήν τη γνώση και να την αναπαράγουν, και όχι να μάθουν πώς να μαθαίνουν καινούρια πράγματα, πώς να ανταπεξέρχονται σε νέες γνωστικές εμπειρίες και πώς να έχουν τον πλήρη έλεγχο του τρόπου σκέψης τους.

Μέσα από τα αποτελέσματα της έρευνάς μας, προέκυψε ότι οι δίγλωσσοι μαθητές αντιμετωπίζουν σημαντικά προβλήματα κατανόησης και έκφρασης στην ελληνική γλώσσα. Θα ήταν σημαντικό να ενισχυθεί η παρουσία της ελληνικής γλώσσας στα μειονοτικά δημοτικά σχολεία και ίσως να διδάσκονται τα μαθηματικά στην ελληνική, μιας και περιλαμβάνουν ειδική ορολογία με την οποία τα παιδιά της μειονότητας έρχονται σε επαφή κατευθείαν στο γυμνάσιο. Επιπροσθέτως, με δεδομένο ότι στο σπίτι και στη γειτονιά τους οι μαθητές μιλούν άλλες γλώσσες, καλό θα ήταν να συνεχιστούν και να ενισχυθούν τα προγράμματα για τη διδασκαλία της ελληνικής σε παλιννοστούντες και μαθητές της μειονότητας στη Θράκη, εκτός σχολικού ωραρίου, ή την ώρα των θρησκευτικών για τους αλλόθρησκους μαθητές.

Πέρα όμως από την ενισχυτική διδασκαλία, το μάθημα στην κυρίως τάξη θα μπορούσε να διεξάγεται λαμβάνοντας υπόψη την πληθυσμιακή, γλωσσική και πολιτισμική ποικιλία, έτσι όπως διαμορφώνεται στη Θράκη, με σεβασμό και χώρο για την κάθε κουλτούρα. Η ανύψωση του συνολικού επιπέδου σχολικής επίδοσης και ο εμπλουτισμός του κοινωνικού ιστού με ενίσχυση της κοινωνικής συνοχής, είναι τα προσδοκώμενα αποτελέσματα. Σε μια πολυπολιτισμική κοινωνία, το ένα προσδοκώμενο αποτέλεσμα (*υψηλότερα επίπεδα σχολικής επίδοσης*) ενισχύει το άλλο (*εμπλουτισμός του κοινωνικού συνόλου και κοινωνική συνοχή*), γιατί εντάσσεται στο πλαίσιο ενός παραδείγματος, όπου η υποστήριξη και ανάδειξη των ατομικών ικανοτήτων προλαμβάνει την περιθωριοποίηση, επειδή δεν βασίζεται στο διαχωρισμό των υποκειμένων, ανάλογα με προέλευση, γλώσσα κλπ., αλλά στην ένταξη τους, στη βάση της αναγνώρισης των πολιτισμικών και των γλωσσικών ιδιαιτεροτήτων τους. Προσθέτουμε εδώ ότι μόρφωση και περιθωριοποίηση είναι επίσης μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα.

Οι μαθητές που αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες, μπορεί να αποτελούν ένα μικρό μέρος κάθε σχολείου, όχι όμως και ασήμαντο. Η διαφορετική τους προσέγγιση στη γνώση και την απόκτησή της, που σε πολλές περιπτώσεις δε διαφέρει από προσεγγίσεις μαθητών που δεν έχουν διαγνωστεί με ΜΔ, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στη διάρκεια της διδασκαλίας. Δεν

αρκεί μια προφορική εξέταση στο διαγώνισμα ή στις τελικές εξετάσεις. Ουσιαστική βοήθεια για τους μαθητές με ΜΔ παρέχεται όταν οι εκπαιδευτικοί είναι επιμορφωμένοι, χρησιμοποιούν εποπτικό υλικό ή γενικά υλικό κατάλληλα προσαρμοσμένο στις ανάγκες του κάθε μαθητή, ανάλογα με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζει και τους δίνουν το χρόνο που χρειάζονται, στα πλαίσια βέβαια του εφικτού. Επίσης, χρειάζεται αποτελεσματική παρέμβαση μέσω της σωστής λειτουργίας των τμημάτων ένταξης και της παράλληλης στήριξης των μαθητών, όπου αυτά έχουν κριθεί απαραίτητα. Τέλος, όσον αφορά τη διαδικασία της εξέτασης, θα πρέπει να τους γίνεται επιπλέον εξήγηση των ζητούμενων, και να τους αφήνονται τα περιθώρια να απαντούν με το δικό τους τρόπο.

Κλείνοντας, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι οι επιδόσεις των μαθητών βελτιώνονται σημαντικά και αισθητά όσο περνούν τις τάξεις, γεγονός που δείχνει ότι οι μαθητές μπορούν να καλύψουν τυχόν αδυναμίες τους σχετικά με τους υπολογισμούς και τις πράξεις κατά τη διάρκεια της φοίτησής τους στο Γυμνάσιο. Ίσως αυτό να τους καθυστερεί από την κατάκτηση της νέας ύλης του Γυμνασίου, παρόλα αυτά όμως, το μήνυμα είναι ελπιδοφόρο.

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

Στις επόμενες σελίδες περιλαμβάνονται κατά σειρά οι πίνακες **I**, **II** και **III**. Υπενθυμίζουμε ότι ο πίνακας **I** μας δείχνει τις στρατηγικές που ακολούθησαν οι μαθητές με ΜΔ σε σύγκριση με τους υπόλοιπους, στους Νοερούς Υπολογισμούς. Στον πίνακα **II** αναφέρονται οι στρατηγικές των δίγλωσσων και των μη δίγλωσσων μαθητών και στον **III** οι στρατηγικές που ακολούθησαν οι μαθητές των τριών τάξεων στους Νοερούς Υπολογισμούς.

**Πίνακας Ι – Στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές με ΜΔ και χωρίς ΜΔ στους Νοερούς Υπολογισμούς**

|                                                  | <i>Iα:</i><br>2 x 9 |       | <i>Iβ:</i><br>5 x 6 |       | <i>Iγ:</i><br>5 x 12 |       | <i>Iδ:</i><br>12 x 15 |       | <i>Iε:</i><br>7 x 99 |       | <i>Ιστ:</i><br>25 x 480 |       |
|--------------------------------------------------|---------------------|-------|---------------------|-------|----------------------|-------|-----------------------|-------|----------------------|-------|-------------------------|-------|
|                                                  | Μαθ.                | Μαθ.  | Μαθ.                | Μαθ.  | Μαθ.                 | Μαθ.  | Μαθ.                  | Μαθ.  | Μαθ.                 | Μαθ.  | Μαθ.                    | Μαθ.  |
|                                                  | με                  | χωρίς | με                  | χωρίς | με                   | χωρίς | με                    | χωρίς | με                   | χωρίς | με                      | χωρίς |
|                                                  | ΜΔ                  | ΜΔ    | ΜΔ                  | ΜΔ    | ΜΔ                   | ΜΔ    | ΜΔ                    | ΜΔ    | ΜΔ                   | ΜΔ    | ΜΔ                      | ΜΔ    |
| <i>Γνωρίζει από μνήμης</i>                       | 6                   | 149   | 7                   | 153   | 3                    | 53    | 0                     | 3     | 0                    | 0     | 0                       | 0     |
|                                                  | 54,5%               | 78,9% | 63,6%               | 81%   | 27,3%                | 28%   | 0%                    | 1,6%  | 0%                   | 0%    | 0%                      | 0%    |
| <i>Προσθέτει επαναλαμβανόμενα</i>                | 2                   | 27    | 1                   | 13    | 1                    | 19    | 2                     | 14    | 3                    | 17    | 1                       | 13    |
|                                                  | 18,2%               | 14,3% | 9,1%                | 6,9%  | 9,1%                 | 10%   | 18,2%                 | 7,4%  | 27,3%                | 9%    | 9,1%                    | 6,9%  |
| <i>Διασπά σε προσθετέους ή πολλαπλάσια</i>       | 0                   | 1     | 1                   | 8     | 1                    | 47    | 0                     | 29    | 0                    | 12    | 0                       | 9     |
|                                                  | 0%                  | 0,5%  | 9,1%                | 4,2%  | 9,1%                 | 25%   | 0%                    | 15,4% | 0%                   | 6,4%  | 0%                      | 4,8%  |
| <i>Στρογγυλοποιεί ή ρυθμίζει τον έναν αριθμό</i> | 0                   | 0     | 0                   | 0     | 0                    | 3     | 0                     | 2     | 0                    | 18    | 0                       | 1     |
|                                                  | 0%                  | 0%    | 0%                  | 0%    | 0%                   | 1,6%  | 0%                    | 1%    | 0%                   | 9,5%  | 0%                      | 0,5%  |
| <i>Εκτελεί το γραπτό αλγόριθμο</i>               | 0                   | 1     | 0                   | 1     | 1                    | 48    | 3                     | 106   | 2                    | 103   | 3                       | 122   |
|                                                  | 0%                  | 0,5%  | 0%                  | 0,5%  | 9,1%                 | 25,4% | 27,3%                 | 56,1% | 18,2%                | 54,5% | 27,3%                   | 64,5% |
| <i>Μετράει με τα χέρια</i>                       | 0                   | 2     | 0                   | 4     | 1                    | 5     | 0                     | 4     | 0                    | 1     | 0                       | 1     |
|                                                  | 0%                  | 1%    | 0%                  | 2,1%  | 9,1%                 | 2,6%  | 0%                    | 2,1%  | 0%                   | 0,5%  | 0%                      | 0,5%  |
| <i>Δεν απαντά</i>                                | 3                   | 9     | 2                   | 10    | 4                    | 14    | 6                     | 31    | 6                    | 38    | 7                       | 43    |
|                                                  | 27,3%               | 4,8%  | 18,2%               | 5,3%  | 36,3%                | 7,4%  | 54,5%                 | 16,4% | 54,5%                | 20,1% | 63,6%                   | 22,8% |

**Πίνακας II - Στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι διγλωσσοι και μη μαθητές στους Νοερούς Υπολογισμούς**

|                                           | Iα:<br>2 x 9         |                            | Iβ:<br>5 x 6         |                            | Iγ:<br>5 x 12        |                            | Iδ:<br>12 x 15       |                            | Iε:<br>7 x 99        |                            | Iστ:<br>25 x 480     |                            |
|-------------------------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
|                                           | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές | Διγλωσσοι<br>μαθητές | Μη<br>διγλωσσοι<br>μαθητές |
| Γνωρίζει από μνήμης                       | 80<br>75,5%          | 76<br>80,9%                | 79<br>74,5%          | 81<br>86,2%                | 30<br>28,3%          | 26<br>27,7%                | 1<br>0,9%            | 2<br>2,1%                  | 0<br>0%              | 0<br>0%                    | 0<br>0%              | 0<br>0%                    |
| Προσθέτει επαναλαμβανόμενα                | 15<br>14,2%          | 13<br>13,8%                | 10<br>9,4%           | 4<br>4,3%                  | 12<br>11,3%          | 8<br>8,5%                  | 11<br>10,4%          | 5<br>5,3%                  | 12<br>11,3%          | 8<br>8,5%                  | 9<br>8,5%            | 5<br>5,3%                  |
| Διασπά σε προσθετέους ή πολλαπλασια       | 0<br>0%              | 1<br>1,1%                  | 4<br>3,8%            | 5<br>5,3%                  | 20<br>18,9%          | 28<br>29,8%                | 13<br>12,3%          | 17<br>18,1%                | 5<br>4,7%            | 7<br>7,4%                  | 4<br>3,8%            | 5<br>5,3%                  |
| Στρογγυλοποιεί ή ρυθμίζει τον έναν αριθμό | 0<br>0%              | 0<br>0%                    | 0<br>0%              | 0<br>0%                    | 1<br>0,9%            | 2<br>2,1%                  | 1<br>0,9%            | 1<br>1,1%                  | 9<br>8,5%            | 9<br>9,6%                  | 0<br>0%              | 1<br>1,1%                  |
| Εκτελεί το γραπτό αλγόριθμο               | 1<br>0,9%            | 0<br>0%                    | 1<br>0,9%            | 0<br>0%                    | 27<br>25,5%          | 22<br>23,4%                | 49<br>46,2%          | 59<br>62,8%                | 48<br>45,3%          | 57<br>60,6%                | 56<br>52,8%          | 69<br>73,4%                |
| Μετράει με τα χέρια                       | 1<br>0,9%            | 1<br>1,1%                  | 3<br>2,8%            | 1<br>1,1%                  | 3<br>2,8%            | 3<br>3,2%                  | 2<br>1,9%            | 2<br>2,1%                  | 1<br>0,9%            | 0<br>0%                    | 0<br>0%              | 1<br>1,1%                  |
| Δεν απαντά                                | 9<br>8,5%            | 3<br>3,2%                  | 9<br>8,5%            | 3<br>3,2%                  | 13<br>12,3%          | 5<br>5,3%                  | 29<br>27,4%          | 8<br>8,5%                  | 31<br>29,2%          | 13<br>13,8%                | 37<br>34,9%          | 13<br>13,8%                |

**Πίνακας III - Στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές των τριών τάξεων στους Νοερούς Υπολογισμούς**

|                                                          | <i>Iα:</i><br>2 x 9 |             |             | <i>Iβ:</i><br>5 x 6 |             |             | <i>Iγ:</i><br>5 x 12 |             |             | <i>Iδ:</i><br>12 x 15 |             |             | <i>Iε:</i><br>7 x 99 |             |             | <i>Ιστ:</i><br>25 x 480 |             |             |
|----------------------------------------------------------|---------------------|-------------|-------------|---------------------|-------------|-------------|----------------------|-------------|-------------|-----------------------|-------------|-------------|----------------------|-------------|-------------|-------------------------|-------------|-------------|
|                                                          | Τάξη<br>Α           | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   | Τάξη<br>Α           | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   | Τάξη<br>Α            | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   | Τάξη<br>Α             | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   | Τάξη<br>Α            | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   | Τάξη<br>Α               | Τάξη<br>Β   | Τάξη<br>Γ   |
| <i>Γνωρίζει από μνήμης</i>                               | 60<br>73,2%         | 64<br>84,2% | 32<br>76,2% | 61<br>74,4%         | 66<br>86,8% | 33<br>78,6% | 22<br>26,8%          | 22<br>28,9% | 12<br>28,6% | 0<br>0%               | 3<br>3,9%   | 0<br>0%     | 0<br>0%              | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 0<br>0%                 | 0<br>0%     | 0<br>0%     |
| <i>Προσθέτει<br/>επαναλαμβανόμενα</i>                    | 10<br>12,2%         | 10<br>13,2% | 8<br>19%    | 4<br>4,9%           | 5<br>6,6%   | 5<br>11,9%  | 7<br>8,5%            | 8<br>10,5%  | 5<br>11,9%  | 3<br>3,7%             | 6<br>7,9%   | 7<br>16,7%  | 4<br>4,9%            | 7<br>9,2%   | 9<br>21,4%  | 2<br>2,4%               | 5<br>6,6%   | 7<br>16,7%  |
| <i>Διασπά σε<br/>προσθετέους ή<br/>πολλαπλάσια</i>       | 0<br>0%             | 0<br>0%     | 1<br>2,4%   | 4<br>4,9%           | 3<br>3,9%   | 2<br>4,8%   | 20<br>24,4%          | 16<br>21,1% | 12<br>28,6% | 17<br>20,7%           | 7<br>9,2%   | 6<br>14,3%  | 5<br>6,1%            | 4<br>5,3%   | 3<br>7,1%   | 5<br>6,1%               | 2<br>2,6%   | 2<br>4,8%   |
| <i>Στρογγυλοποιεί ή<br/>ρυθμίζει<br/>τον έναν αριθμό</i> | 0<br>0%             | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 0<br>0%             | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 2<br>2,4%            | 1<br>1,3%   | 0<br>0%     | 1<br>1,2%             | 1<br>1,3%   | 0<br>0%     | 8<br>9,8%            | 6<br>7,9%   | 4<br>9,5%   | 1<br>1,2%               | 0<br>0%     | 0<br>0%     |
| <i>Εκτελεί το<br/>γραφτό αλγόριθμο</i>                   | 1<br>1,2%           | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 1<br>1,2%           | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 13<br>15,9%          | 24<br>31,6% | 12<br>28,6% | 34<br>41,5%           | 49<br>64,5% | 25<br>59,5% | 32<br>39%            | 51<br>67,1% | 22<br>52,4% | 39<br>47,6%             | 58<br>76,3% | 28<br>66,7% |
| <i>Μετράει με τα χέρια</i>                               | 1<br>1,2%           | 0<br>0%     | 1<br>2,4%   | 2<br>2,4%           | 0<br>0%     | 2<br>4,8%   | 3<br>3,7%            | 2<br>2,6%   | 1<br>2,4%   | 1<br>1,2%             | 2<br>2,6%   | 1<br>2,4%   | 1<br>1,2%            | 0<br>0%     | 0<br>0%     | 0<br>0%                 | 1<br>1,3%   | 0<br>0%     |
| <i>Δεν απαντά</i>                                        | 10<br>12,2%         | 2<br>2,6%   | 0<br>0%     | 10<br>12,2%         | 2<br>2,6%   | 0<br>0%     | 15<br>18,3%          | 3<br>3,9%   | 0<br>0%     | 26<br>31,7%           | 8<br>10,5%  | 3<br>7,1%   | 32<br>39%            | 8<br>10,5%  | 4<br>9,5%   | 35<br>42,7%             | 10<br>13,2% | 5<br>11,9%  |

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β - ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

ΤΜΗΜΑ:

ΟΝΟΜΑ:

Ι) Κάνε τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και κατέγραψε τη μέθοδο που χρησιμοποίησες (πώς το βρήκες) :

$2 \times 9 =$  Πώς σκέφτηκα:

$5 \times 6 =$  Πώς σκέφτηκα:

$5 \times 12 =$  Πώς σκέφτηκα:

$12 \times 15 =$  Πώς σκέφτηκα:

$7 \times 99 =$  Πώς σκέφτηκα:

$25 \times 480 =$  Πώς σκέφτηκα:

ΙΙ) Στο πολυκατάστημα που ψωνίζω λειτουργεί σύστημα πόντων. Οι κούπες που μου αρέσουν έχουν 1.495 πόντους η κάθε μία. Έχω μαζέψει 10.000 πόντους. Μου φτάνουν για να συμπληρώσω σετ από 6 κούπες ;

Πώς σκέφτηκα:

III)

**ΕΙΡΗΝΗ**

Ξύλινα γράμματα:

3,95 ευρώ το ένα

**ΕΙΡΗΝΗ**

Πλαστικά γράμματα:

2,55 ευρώ το ένα

Η Ειρήνη θέλει να αγοράσει έξι γράμματα για να γράψει το όνομά της στην πόρτα του δωματίου της. Υπολόγισε πόσα περίπου θα πληρώσει για κάθε έναν από τους τύπους γραμμάτων. Μπορείς να απαντήσεις σε ολόκληρα ευρώ (χωρίς δεκαδικούς)

Πώς σκέφτηκα:



IV) Το μήκος της καρότσας μιας νταλίκας είναι 8,92 m, το πλάτος είναι 2,09 m και το ύψος της είναι 2,89 m. Ποιος από τους παρακάτω είναι ο καλύτερος τρόπος να υπολογίσουμε τον όγκο της καρότσας;

A)  $8 \times 2 \times 2 \text{ m}^3 = 32 \text{ m}^3$

B)  $9 \times 2 \times 2 \text{ m}^3 = 36 \text{ m}^3$

Γ)  $9 \times 2 \times 3 \text{ m}^3 = 54 \text{ m}^3$

Δ)  $8 \times 2 \times 3 \text{ m}^3 = 48 \text{ m}^3$

V) Εκτέλεσε τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς:

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 308 \\ \times 29 \\ \hline \end{array}$$

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### A. ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Adler J. (2001). *Teaching mathematics in multilingual classrooms*. Dordrecht: Kluwer.
- Anghileri, J., Beishuizen, M. and Van Putten, K. (2002). From informal strategies to structured procedures: Mind the gap, *Educational Studies in Mathematics*, (49), 149-170.
- Anghileri, J. (2001). What are we trying to achieve in teaching standard calculating procedures? , in: V. Heuvel-Panhuizen (Ed) *Proceedings of the 25<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 25)*, (2), 41-49, Utrecht Freudental Institute.
- Anghileri, J. (1989) An Investigation of Young Children's Understanding Multiplication, *Educational Studies in Mathematics*, (20), 365-385.
- Ashcraft, M. H. (1990). Strategic mental processing in children's mental arithmetic: A review and proposal. In D. F. Bjorklund (Ed.), *Children's strategies*, 185-211. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ashcraft, M. H., & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, ( 33), 216-234.
- Augur, J. (1993). *Early Help: Better Future*. Reading: British Dyslexia Association.
- Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In Myklebust, H. R. (Ed). *Progress in Learning Disabilities*, 5. New York: Grune & Stratton.
- Baek, J.M. (1998). Children's Invented Algorithms for Multidigit Multiplication Problems, *National Council of Teachers of Mathematics*, (8), 51-60.
- Bell, A., Fiscbein, E, and Greer, B. (1984). Choice of Operation in Verbal Arithmetic Problems: The Effects of Number Size, Problem Structure and Context, *Educational Studies in Mathematics*, (15), 129-147.
- Biddlecomb, B. & Carr. M. (2010). A longitudinal study of the development of mathematics strategies and underlying counting schemes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, Online First, 15 March 2010.
- Bloomfield, L. (1935). *Language*. G. Allen and Unwin: London.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, (33), 168-177.
- Buxton, L. (1981). *Do you Panic About Maths?* London: Heinermann.

- Calhoon, M. B., Emerson, R. W., Flores, M., & Houchins, D. E. (2007). Computational Fluency Performance Profile of High School Students With Mathematics Disabilities. *Remedial and Special Education*, (28), 292-303.
- Cawley, J., Parmar, R., Foley, T. E., Salmon, S., & Roy, S. (2001). Arithmetic performance of students: Implications for standards and programming. *Exceptional Children*, (6)7, 311-328.
- Chinn, S. J., & Ashcroft, R. (1998). *Mathematics for Dyslexics – A teaching handbook* (2<sup>nd</sup> Ed.) London: Whurr Publishers Ltd.
- Chinn, S. J. (1995a). Learning Difficulties in Mathematics. *Learn*, (17), 26-35.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. Report of the Committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools. London: HMSO.
- Cummins, J. (2000). Power, Language and Pedagogy: Bilingual Children in the Crossfire, Clevedon: Multilingual matters.
- Dockrell, J. & McShane, J. (1992). *Children with learning difficulties – A cognitive approach*. Oxford: Blackwell.
- Ebby, C.B. (2005). The powers and pitfalls of algorithmic knowledge: a case study, *Journal of Mathematics Behaviour*, (24), 73-87.
- Faye, C.B. (1996). Identification of Multiplicative Thinking in Children in Grades 1-5, *Journal for Research in Mathematics Education*, (27), 41-51.
- Farnham-Diggory, S. (1978). *Learning Disabilities*. London: Fontana
- Ferguson, C. A. (1959). Diglossia. *Word*, (15), 325-340.
- Fischbein, E., Deri M., Nello M-S., & Marino M-S. (1985). The role of implicit model in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1985, 16(1), 3-17.
- Fishman, J. A. (1972). *The Sociology of Language*. Newbury House Publishers, Rowley, Mass, USA.
- Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1992). Learning addition and subtraction: Effects of number words and other cultural tools. In J. Bideaud & C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Pathways to Number: Children's Developing Numerical Abilities*, Hillsdale: Erlbaum, 127-149.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

- Geary, D. C., Widaman, K. E., Little, T. D., & Cormier, P. (1987). Cognitive addition: Comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. *Cognitive Development*, (2), 249-269.
- Goldman, S. R., Pellegrino, J. W., & Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts. Strategy changes in learning – Disabled children. *Cognition and Instruction*, (5), 223-265.
- Greene, G. (1999). Mnemonic multiplication fact instruction for students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, (14), 141-148.
- Greer, B. (1993). The mathematical modelling perspective on word problems. *Journal of Mathematical Behavior*, (12), 239-250.
- Hackett, G. (1996) Primary maths in trouble, *The Times Educational Supplement*, 17 May 1996.
- Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. (1985). Simple and complex addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology*, (40), 49-72.
- Hamers, J. F. & Blanc, M. H. A. (1989). *Bilinguality and Bilingualism*. New York: Cambridge University Press.
- Heege, T., H. (1985). The acquisition of basic multiplication skills. *Educational Studies in Mathematics*, (16), 375-388.
- Henderson, A. (1989). *Maths and Dyslexics*. Llandudno: St David's College.
- International Dyslexia Association (1996). *The Basics of Dyslexia*. Baltimore: Author.
- Isaacs, A., & Carroll, W. (1999). Strategies for Basic-Facts Instruction. *Teaching Children Mathematics*, 5 (9), 508-15.
- Joffe, L. S. (1990). The mathematical aspects of dyslexia: A recap of general issues and some implications for teaching. *Links*, 15 (2), 7-10.
- Joffe, L. S. (1983). School mathematics and dyslexia – a matter of verbal labeling, generalization, horses and carts. *Cambridge Journal of Education*, 13 (3), 22-27.
- Johnson, D., & Myklebust, H. (1967). *Learning Disabilities*. New York: Grune & Stratton.
- Kilpatrick, Swafford, & Findell. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kirk, S. A., & Bateman, B. (1962). Diagnosis and remediation of learning disabilities. *Exceptional Children*, (29), 72-78.
- Kosc L. (1974). Developmental Dyscalculia, *Journal of Learning Disabilities*, (7), 164 - 177 or 46-59.

- Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for research in Mathematics Education*, (20), 147-158.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lombardo, T. W., & Drabman, R. S. (1985). Teaching LD children multiplication tables. *Academic Therapy*, (20), 437-442.
- Macnamara, J. (1967). The bilingual's linguistic performance - A psychological overview. *Journal of Social Issues*, (23), 58-77.
- Mastropieri, M. A., & Scruggs, T. E. (1991). *Teaching students' ways to remember: Strategies for learning mnemonically*. Cambridge, MA: Brookline Books.
- McComas, J. J., Wacker, D. P., & Cooper, L. J. (1996). Experimental analysis of academic performance in a classroom setting. *Journal of Behavioral Education*, (6), 191-201.
- McLeod, T. M., & Armstrong, S. W. (1982). Learning disabilities in mathematics: Skill deficits and remedial approaches at the intermediate and secondary level. *Learning Disability Quarterly*, (5), 305-311.
- Miles, E. (1992). Reading and writing in mathematics. In Miles, T. R., & Miles, E. (Eds). *Dyslexia and Mathematics*. London: Routledge, 58-69.
- Mtewa, D. & Garofalo, J. (1989). Beliefs about mathematics: An overlooked aspect of student difficulties. *Academic Therapy*, 24 (5), 611-618.
- Mulligan, J., Mitchelmore, M. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for research in Mathematics Education*, (28), 309-330.
- National Joint Committee on Learning Disabilities. (1988). *Letter to NJCLD member organizations*.
- NMAP (National Mathematics Advisory Panel). (2008). *Foundations for Success: The final report of the national mathematics advisory panel*: Washington, DC: US Department of Education.
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.
- PISA (2000): Knowledge and Skills for Life - First Results from the OECD Programme for International Student Assessment.
- Plunkett, S. (1979). Decomposition and all that rot, *Mathematics in School*, 8 (3), 2-5.

- Pritchard, R. A., Miles, T. R., Chinn, S. J., Taggart, A. T. (1989). Dyslexia and knowledge of number facts. *Links* 14 (3), 17-20.
- Robinson, C. S., Menchetti, B. M., & Torgesen, J. K. (2002). Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, (17), 81-89.
- Ruiz, R. (1984). Orientations in Language Planning. *NABE Journal*, (8), 15-34.
- Scruggs, T. E. A& Mastropieri, M. A. (2000). The effectiveness of mnemonic instruction for students with learning and behavior problems: An update and research synthesis. *Journal of Behavioral Education*, (10), 163-173.
- Sherin, B., & Fuson, K. (2005). Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36 (4), 347-395.
- Siegler, R. S., & Jenkins, R. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Spellacy, F., & Peter, B. (1978). Dyscalculia and elements of the Developmental Gerstmann syndrome in school children. *Cortex*, (14), 197-206.
- Steel, S. & Funnell, E. (2001). Learning multiplication facts: A study of children taught by discovery methods in England. *Journal of Experimental child Psychology*, (79), 37-55.
- Swanson, H. L. (1993). Instruction Derived from the Strategy Deficit Model: Overview of Principals and Procedures. In Scruggs, T., & Wong, B. (Eds). *Intervention Research in Learning Disabilities*. New York: Springer
- Thomson, M. (1991). Mathematics and Dyslexia. In Durkin, K., & Shire, B. (Eds). *Language in Mathematical Education*. Milton Keynes: Open University Press, 188-197.
- Threlfall, J. (2009). Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM Mathematics Education*, (41), 541-555.
- Tirosh, D. and Graeber, A. (1989). Preservice Elementary Teachers' Explicit Beliefs about Multiplication and Division, *Educational Studies in Mathematics*, (20), 79-96.
- Titone, R. (1972). *Le bilinguisme precoce*. Brussels: Dessart.
- Torgesen, J. K. (1994). Learning Disabilities Theory: issues and advances. In Vaughn, S. & Bos, C. (Eds). *Research Issues in Learning Disabilities*. New York: Springer .

- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.). (2008). *Children learn mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Groningen, The Netherlands: Wolters Noordhoff.
- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Washington: Falmer.
- Wood, D. K., Frank, A. R., & Wacker, D. P. (1998). *Teaching multiplication facts to children with learning disabilities*. *Journal of Applied Behavior Analysis*, (31), 323-338.
- Woodward, J. (2006). Developing Automaticity in Multiplication Facts: Integrating Strategy Instruction with Timed Practice Drills. *Learning Disability Quarterly*, 29 (4), 269-289.

### **B. ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Αγαλιώτης, Ι. (2000). *Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά- Αιτιολογία, Αξιολόγηση, Αντιμετώπιση*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Ασκούνη, Ν. (2006). *Η Εκπαίδευση της Μειονότητας στη Θράκη – Από το Περιθώριο στην Προοπτική της Κοινωνικής Ένταξης*. Αθήνα: Αλεξάνδρεια.
- Βακαλιός, Θ. (1997). *Το Πρόβλημα της Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης στην Δυτική Θράκη - Έρευνα*. Αθήνα: Gutenberg.
- Βαρλοκώστα, Σπ. & Τριανταφυλλίδου, Λ. (2004). *Η Ελληνική ως Δεύτερη Γλώσσα – Καθορισμός Επιπέδων Γλωσσομάθειας σε Αλλοδαπούς Μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης*, Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών: Κέντρο Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης.
- Baker, C. (2001). *Εισαγωγή στη διγλωσσία και τη Διγλωσση Εκπαίδευση* (επιμ.: Μ. Δαμανάκης), Αθήνα: Gutenberg.
- Cummins, J. (2003). Ταυτότητες υπό Διαπραγμάτευση – Εκπαίδευση με Σκοπό την Ενδυνάμωση σε μια Κοινωνία της Ετερότητας, (επιμ. Ε. Σκούρτου, μετφρ. Σ. Αργύρη), Αθήνα: Gutenberg.
- Δαμανάκης, Μ. (1997). *Η Εκπαίδευση των Παλιννοστούντων και Αλλοδαπών Μαθητών στην Ελλάδα – Διαπολιτισμική Προσέγγιση*. Αθήνα: Gutenberg.
- Έμκε – Πουλοπούλου, Ήρ. (1986). *Προβλήματα Μετανάστευσης Παλιννόστησης*. Αθήνα: Ινστιτούτο Μελέτης της Ελληνικής Οικονομίας (ΙΜΕΟ), Ελληνική Εταιρία Δημογραφικών Μελετών (ΕΔΗΜ), 49-52.

- Λεμονίδης, Χ. (2003). Η εισαγωγή των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαιρέσης στο Δημοτικό: μια πειραματική εφαρμογή. *Μέντορας*, 7, 34 - 48.
- Λεμονίδης, Χ. (2001). Οι αρχικές αριθμητικές ικανότητες των παιδιών όταν έρχονται στο Δημοτικό Σχολείο. *Περιοδικό, ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Γ.*, 55, 5-21.
- Μαρκοβίτης, Μ. & Τζουριάδου, Μ. (1991). *Μαθησιακές δυσκολίες- Θεωρία και Πράξη*. Θεσσαλονίκη: Προμηθέας.
- Μασάλη, Ζ. (2007). *Οι έλληνες Πόντιοι Μαθητές από τις Χώρες της πρώην Σοβιετικής Ένωσης στην Ελληνική Εκπαίδευση – Το Παράδειγμα του Ν. Έβρου*. Θεσσαλονίκη: Εκδ. οίκος αδελφών Κυριακίδη α.ε.
- Παγκόσμια Οργάνωση Υγείας (1995). *Κατηγοριοποίηση Ψυχικών Διαταραχών – ICD 10 (F8 1.2)*.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (1999). *Προβλήματα Κοινωνικής και Σχολικής Ένταξης Παιδιών Παλιννοστούντων Ομογενών*. Αθήνα, 15.
- Παλαιολόγου, Ν. & Ευαγγέλου, Οδ. (2003). *Διαπολιτισμική Παιδαγωγική – Εκπαιδευτικές, Διδακτικές και Ψυχολογικές Προσεγγίσεις*. Αθήνα: Ατραπός.
- Παπαπαύλου, Α. (1997). Ψυχολογολογικές Διαστάσεις της Διγλωσσίας, στο: Σκούρτου, Ε. (επιμ.) *Θέματα Διγλωσσίας και Εκπαίδευσης*, Αθήνα: νήσος.
- Πετρόπουλος, Ν. (1990). Παλιννόστηση 1971-1986: Πορίσματα της Μικροαπογραφής του 1985-1986 και Προτάσεις Κυβερνητικής Πολιτικής, στο: Πετρόπουλος, Ν. (επιμ.) *Πρόγραμμα Ερευνών – Αποδημίας – Παλιννόστησης του Ελληνικού Πληθυσμού: Εισαγωγικές Προσεγγίσεις*, τ.1. Αθήνα: Γενική Γραμματεία Απόδημου Ελληνισμού, 89-90.
- Πόρποδας, Κ. (1992). *Δυσλεξία- Η ειδική διαταραχή στη μάθηση του γραπτού λόγου (Ψυχολογική θεώρηση)*. Αθήνα: Όστρακο.
- Σακονίδης, Χ. (2004). *Διδακτική Μεθοδολογία – Μαθαίνοντας και Διδάσκοντας Μαθηματικά*, Πρόγραμμα Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002-2004 Κλειδιά και Αντικλειδιά, Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Σκούρτου, Ε., Βρατσάλης, Κ. & Γκόβαρης Χ. (2004). *Μετανάστευση στην Ελλάδα και Εκπαίδευση: Αποτίμηση της υπάρχουσας κατάστασης – Προκλήσεις και Προοπτικές βελτίωσης*, Πρόγραμμα 5 – Εμπειρογνωμοσύνη. Ινστιτούτο Μεταναστευτικής Πολιτικής (Ι.ΜΕ.ΠΟ.).
- Σκούρτου, Ε. (1997). Διγλωσσία και εισαγωγή στον αλφαριθμητισμό, στο: Σκούρτου, Ε. (επιμ.) *Θέματα Διγλωσσίας και Εκπαίδευσης*, Αθήνα: νήσος.