

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Ενότητα : **ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ** (ΛΟΓΟΣ – ΑΝΑΛΟΓΙΑ)

Σκοποί: Η ανάπτυξη ενδιαφέροντος για το θέμα, η εξοικείωση με τη χρήση τεχνολογίας, η παρότρυνση για αναζήτηση πληροφοριών (εδώ σε βιβλία ή και περιοδικά, αλλά στη συνέχεια και μέσω Internet για μαθητές της Β΄ τάξης), η αξιολόγηση των πληροφοριών, η ανάδειξη της χρησιμότητας της ιστορίας των Μαθηματικών και της επιστήμης γενικότερα, η διαμόρφωση γνώμης με παράλληλη έκφρασή της και ανάπτυξη κατάλληλης επιχειρηματολογίας (η ενεργοποίηση των μηχανισμών παραγωγής λόγου και της ικανότητας να εκφράζονται με επάρκεια αλλά και ακρίβεια τόσο στον προφορικό όσο και στο γραπτό λόγο απαραίτητο και στα Μαθηματικά) και τέλος, η ικανότητα σύγκρισης, παραγωγής λογικών συμπερασμάτων και βέβαια, **η συμμετοχή όλων.**

Περιεχόμενο διδασκαλίας	Στόχοι	Παρατηρήσεις
Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων	Οι μαθητές να μπορούν να υπολογίζουν το λόγο δύο ευθύγραμμων τμημάτων	Επισημαίνω ότι με το λόγο δύο τμημάτων μπορούμε να τα συγκρίνουμε και επιπλέον, ότι ο λόγος είναι ανεξάρτητος από τη μονάδα μέτρησής τους.
Θεώρημα του Θαλή	Να γνωρίζουν το θεώρημα και να μπορούν να το χρησιμοποιούν για να υπολογίζουν μήκη.	Στους υπολογισμούς τους υπεισέρχεται η έννοια της αναλογίας καθώς και η χρήση των εξισώσεων.
Όμοια πολύγωνα – όμοια τρίγωνα	• Η γνώση της έννοιας των ομοίων πολυγώνων. • Ότι δύο τρίγωνα είναι όμοια, αν έχουν τις δύο (άρα και τη τρίτη!) τους γωνίες ίσες. • Ότι ο λόγος των περιμέτρων δυο όμοιων σχημάτων, ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.	Εδώ επισημάνω ότι δύο σχήματα είναι όμοια όταν το ένα προκύπτει από το άλλο είτε με τη διαδικασία της σμίκρυνσης (λόγος ομοιότητας μικρότερος της μονάδας), είτε με τη διαδικασία της μεγέθυνσης (λόγος ομοιότητας μεγαλύτερος της μονάδας)

Συνολική διάρκεια της ενότητας: 7 έως 8 ώρες.

Μάθημα 1^ο

Τίτλος μαθήματος: Οι έννοιες του λόγου, της αναλογίας και της ομοιότητας μέσα από το θεώρημα του Θαλή.

Περιγραφή της διδασκαλίας:

1^η Φάση:

Με τη βοήθεια ενός προτζέκτορα προβάλλεται διαφάνεια μιας Αιγυπτιακής πυραμίδας. Ακολουθεί: διήγηση για τον Θαλή, ανάγνωση αποσπασμάτων από διάφορα βιβλία και συζήτηση με τους μαθητές.

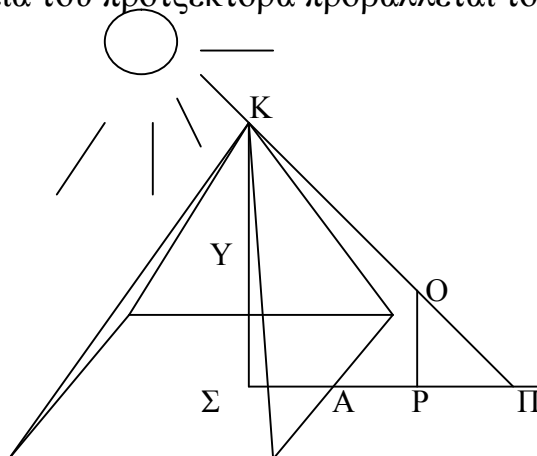
Ιστορικά στοιχεία για τον Θαλή

Γνωριμία με τον Θαλή - η εποχή του, ποιός ήταν, ποιές ήσαν οι ασχολίες του, πως έγινε γνωστός, ποιά είναι η αναγωγική μέθοδος και μέχρι ποιο σημείο είναι αποτελεσματική και ποιά τέλος ήταν η μεγάλη του προσφορά στα Μαθηματικά και στην εξέλιξή τους σε επιστήμη (η σημασία της λογικής-αξιωματικής θεμελίωσης και της απόδειξης).

Διάρκεια: Δύο ώρες.

2^η Φάση:

Μετά την εισαγωγή και την αρχική συζήτηση ακολουθεί διήγηση της φανταστικής ιστορίας για τον Θαλή και τον βασιλιά Άμασι του προσδιορισμού του ύψους της πυραμίδας από το μήκος της σκιάς της. Με τη βοήθεια του προτζέκτορα προβάλλεται το σχήμα 1.



Σχήμα 1

και εξηγούνται το ύψος $Y = K\Sigma$, σκιά πυραμίδας = ΑΠ, ύψος ράβδου = ΟΡ και σκιά ράβδου = ΡΠ (για τη παρούσα περίπτωση θεωρούμε ότι η παρατήρηση έγινε μια ορισμένη ώρα της ημέρας που ισχύει η σχέση $ΟΡ = ΡΠ$ και θα γενικευτεί αργότερα).

Με βάση το παραπάνω θέμα οι εκπαιδευόμενοι ερευνούν και εισάγονται στις παρακάτω έννοιες:

1. Τι είναι «λόγος» ευθυγράμμων τμημάτων και ποια η σχέση του με έννοιες που ήδη έχουν διδαχθεί (κλάσμα, ρητός αριθμός, κλίμακα, ποσοστό).
2. Τι είναι «αναλογία».
3. Πότε δυο σχήματα λέγονται «όμοια» (Η διαφορά από την «ισότητα»!)

Στο επόμενο βήμα, εξηγείται η ομοιότητα και οι συνθήκες ύπαρξης της στα ορθογώνια τρίγωνα και γενικεύεται σε όλα τα τρίγωνα.

Δίνονται φύλλα φωτοτυπιών με εκτυπώσεις σε μεγέθυνση και σύμκρινση π.χ ενός τριγωνικού χωραφιού ή οικοπέδου (διαφορετικές διαστάσεις) και ακολουθεί σύντομη συζήτηση.

Διατυπώνεται το θεώρημα του Θαλή και τίθεται το ερώτημα: «πώς μπορούμε με τη χρήση μόνο ενός κομματιού σπάγκου και ενός κλαδιού (χωρίς άλλα όργανα), να χωρίσουμε ένα οποιοδήποτε ευθύγραμμο τμήμα σε όσα και ίσα μεταξύ τους τμήματα επιθυμούμε κάνοντας χρήση αυτού και μόνο του θεωρήματος (είναι καλλίτερα να ζητήσουμε να τμηθεί π.χ ένα τμήμα μήκους 17.1cm σε τρία ίσα τμήματα που το μέτρημα δεν είναι πρόσφορο).

Ζητείται μετά να δοθεί εξήγηση στο : «γιατί ο Θαλής ισχυρίστηκε ότι το ύψος της πυραμίδας είναι όσο και η σκιά της» και τελειώνει το δεύτερο μάθημα με τον υπολογισμό του ύψους εισάγοντας την έννοια της αναλογίας, όπου με τη βοήθεια των εξισώσεων βρίσκουμε τη λύση.

3^η Φάση:

Στη φάση αυτή δίνεται στους μαθητές φύλλο εργασίας όπως το παρακάτω

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1

Ημερομηνία:

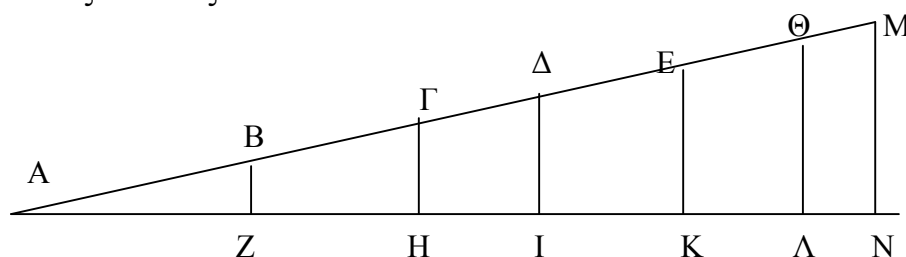
Ομάδα:

Στο παρακάτω σχήμα περιέχονται πολλά τρίγωνα.

A) Ποιο είναι το είδος αυτών των τριγώνων;

B) Πως ονομάζονται τα στοιχεία της τρίτης γραμμής των παρακάτω πινάκων και τι δηλώνουν;

Γ) Μετρήστε προσεκτικά τα μήκη, βρείτε τους λόγους και συμπληρώστε τους πίνακες.



Ομάδα Α

BZ =	ΓΗ =	ΔΙ =	EK =	ΘΛ =	MN =
AB =	ΑΓ =	ΑΔ =	ΑΕ =	ΑΘ =	ΑΜ =
$\frac{BZ}{AB} =$	$\frac{\Gamma\text{H}}{\text{A}\Gamma} =$	$\frac{\Delta\text{I}}{\text{A}\Delta} =$	$\frac{\text{E}\text{K}}{\text{A}\text{E}} =$	$\frac{\Theta\Lambda}{\text{A}\Theta} =$	$\frac{\text{M}\text{N}}{\text{A}\text{M}} =$

Δ) Παρατηρούμε ότι οι λόγοιείναι

Ομάδα Β

BZ =	ΓΗ =	ΔΙ =	EK =	ΘΛ =	MN =
AZ =	ΑΗ =	ΑΙ =	ΑΚ =	ΑΛ =	ΑΝ =
$\frac{BZ}{AZ} =$	$\frac{\Gamma\text{H}}{\text{A}\text{H}} =$	$\frac{\Delta\text{I}}{\text{A}\text{I}} =$	$\frac{\text{E}\text{K}}{\text{A}\text{K}} =$	$\frac{\Theta\Lambda}{\text{A}\Lambda} =$	$\frac{\text{M}\text{N}}{\text{A}\text{N}} =$

Δ) Παρατηρούμε ότι οι λόγοιείναι

Ομάδα Γ

AZ =	ΑΗ =	ΑΙ =	ΑΚ =	ΑΛ =	ΑΝ =
AB =	ΑΓ =	ΑΔ =	ΑΕ =	ΑΘ =	ΑΜ =
$\frac{AZ}{AB} =$	$\frac{\text{A}\text{H}}{\text{A}\Gamma} =$	$\frac{\text{A}\text{I}}{\text{A}\Delta} =$	$\frac{\text{A}\text{K}}{\text{A}\text{E}} =$	$\frac{\text{A}\Lambda}{\text{A}\Theta} =$	$\frac{\text{A}\text{N}}{\text{A}\text{M}} =$

Δ) Παρατηρούμε ότι οι λόγοιείναι

Μάθημα 2^ο

Το επόμενο μάθημα αρχίζει με την αφήγηση που ακολουθεί:

«Οι φυσιδίφες για να μετρήσουν το ύψος μεγάλων δέντρων χρησιμοποιούν την εξής τεχνική: Ένας από αυτούς δένει ένα σπάγκο στη ρίζα του δέντρου και κρατώντας τον απομακρύνεται σε κάποια απόσταση από αυτό. Ένας δεύτερος, ξεκινώντας επίσης από τη ρίζα του

δέντρου και ακολουθώντας την κατεύθυνση του σπάγκου, μετακινεί πάνω στο έδαφος έναν καθρέφτη και σταματά στο σημείο εκείνο απ'όπου ο πρώτος βλέπει μέσα από τον καθρέφτη την κορυφή του δέντρου. Αν υποθέσουμε ότι η απόσταση του πρώτου ανθρώπου από τον καθρέφτη είναι α μέτρα, η απόσταση του δέντρου από τον καθρέφτη είναι β μέτρα και τα μάτια απέχουν από το έδαφος h μέτρα, τα στοιχεία αυτά αρκούν για να υπολογιστεί το ύψος του δέντρου; »

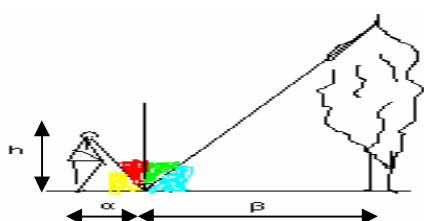
Ακολουθεί συζήτηση για κατανόηση του προβλήματος, αποσαφήνιση λέξεων και ζητείται σχεδιαστική αποτύπωσή του. (Πριν από αυτή τη διεργασία, ζήτησα να σκεφθούν και να δημιουργήσουν μέσα στη τάξη ένα ανάλογο μοντέλο του προβλήματος επιτόπου παρατηρήσιμο. Το αποτέλεσμα ήταν να προσπαθήσουν να υπολογίσουν το ύψος ενός βάζου με τη βοήθεια καθρέφτη. Με μικρές παρεμβάσεις, έγινε σε όλους κατανοητό το ζητούμενο και σχεδίασαν το αρχικό).

Δόθηκε αμέσως μετά το παρακάτω φύλλο εργασίας:

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2

Ημερομηνία:

Ομάδα:



1. Σε ποια αρχή της Φυσικής βασίζεται η ανάκλαση των ακτίνων πάνω σε καθρέφτη;

2. Αν ονομάσουμε τη κόκκινη γωνία ϕ , τη πράσινη ω , τη κίτρινη θ και τη γαλάζια σ , τότε : οι γωνίες ϕ και ω είναι -----
3. Οι γωνίες θ και σ είναι ----- γιατί -----

4. Σχηματίζονται στο σχήμα δύο τρίγωνα που είναι ----- και -----

5. Ποια είναι η σχέση μεταξύ των πλευρών τους και πώς ονομάζεται;
(Να χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα της αφήγησης για τις διάφορες αποστάσεις).
6. Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου αν $\alpha = 6\text{m}$, $\beta = 12\text{m}$ και $h = 1,70\text{m}$

Τέλος 2^{ου} φύλλου εργασίας

Το φύλλο εργασίας που ακολουθεί αναφέρεται σε πρακτικό πρόβλημα εφαρμογής των αναλογιών και δόθηκε με κατάλληλη αλλαγή στην εκφώνηση για να εργασθούν και σε ομάδες, αλλά και ατομικά σε κάποιους μαθητές. Ήταν παράλληλα και άσκηση συνδυασμού και άλλων εννοιών που έχουν ήδη διδαχθεί.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3

Ημερομηνία:

Ομάδα:

Οι κορνίζες: Από τρία κομμάτια «μασίφ» ξύλου τετράγωνα, διαστάσεων $12\text{cm} \times 12\text{cm}$, θέλουμε να κατασκευάσουμε τρεις κορνίζες. Τα επίσης τετράγωνα κενά όπου θα τοποθετηθεί το τζάμι πρέπει να βρίσκονται στο κέντρο τους και θέλουμε να είναι:

A. Η πρώτη να έχει το κενό στο $\frac{1}{2}$ της απόστασης κέντρου – κορυφής τετραγώνου.

B. Η δεύτερη να έχει το κενό στο $\frac{1}{3}$ της απόστασης αυτής και

Γ. Η τρίτη να έχει το κενό στο $\frac{1}{4}$ της ίδιας απόστασης.

Κάθε ομάδα να υπολογίσει το εμβαδόν του τζαμιού που θα χρειασθεί η κάθε κορνίζα.

Τέλος 3^{ου} φύλλου εργασίας

Μάθημα 3^ο

Η ενότητα ολοκληρώθηκε με το θέμα: «Πως ο Ερατοσθένης υπολόγισε το μήκος της περιμέτρου της Γης». Θεωρήθηκε σημαντική αυτή η διήγηση και η παρουσίαση του τρόπου υπολογισμού γιατί επεκτείνει την έννοια της αναλογίας και τη διευρύνει, σαν ισότητα δύο λόγων ανόμοιων μεταξύ των (λόγος μηκών- λόγος γωνιών). Είναι πρόσφορη η στιγμή για τη συνέχεια, κυρίως των **τριγωνομετρικών αριθμών**.

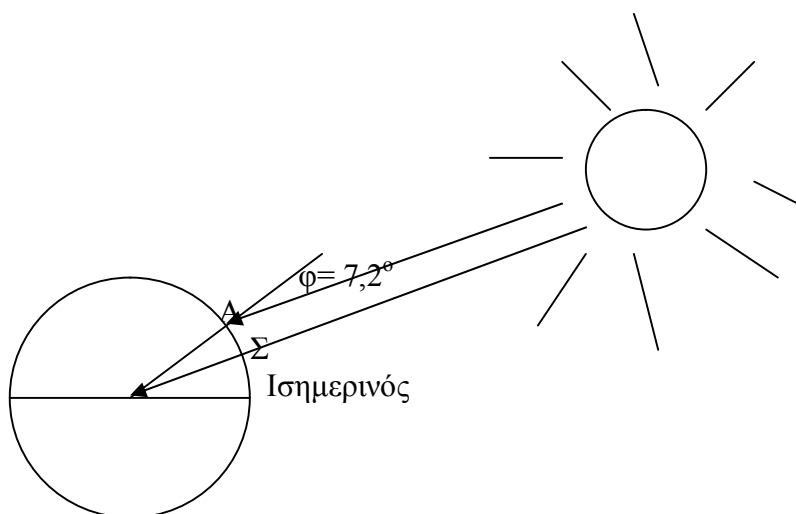
Περιγραφή της διδασκαλίας:

1^η Φάση:

Μια μικρή εξιστόρηση για το ποιος ήταν ο Ερατοσθένης, πότε και που έζησε και πως έμεινε στην ιστορία.

2^η Φάση:

Με τη βοήθεια προτζέκτορα προβάλλεται το σχήμα που ακολουθεί:



Όπου με Σ συμβολίζεται η Συήνη (Ασσουάν), με Α η Αλεξάνδρεια και η γωνία με κορυφή το κέντρο του κύκλου είναι ίση με τη φ. Η απόσταση $ΑΣ = 5000$ στάδια $= 5000 * 157,5 \text{ m} = 787500 \text{ m}$

Διάρκεια: Πέντε με έξι διδακτικές ώρες.

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ

- Έκρινα αναγκαία την παρουσίαση της ενότητας και ως τμήμα αναλυτικού προγράμματος.

- Με μικρές τροποποιήσεις, είναι πιστεύω χρήσιμη η παρουσίαση αυτής της ενότητας να γίνει (και εφόσον το επιτρέπουν οι συνθήκες!) **αν όχι εκ παραλλήλου**, τουλάχιστον σε σύντομο χρονικό διάστημα **μετά** από τα κλάσματα και τα ποσοστά ώστε να αναφερθούν και οι ιδιότητες των αναλογιών.
- Οι έννοιες ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά, εδώ να αναφερθούν μόνο και να αναπτυχθούν αργότερα στις συναρτήσεις.
- Η ομοιότητα σαν «μετασχηματισμός» μάλλον δημιουργεί σύγχυση παρά όφελος.
- **Ειδικότεροι στόχοι και σκοπός μου είναι :**
 Η αναγνώριση της έννοιας σε φυσικές καταστάσεις.
 Η σύνδεσή της με προηγούμενες έννοιες που έχουν διδαχθεί.
 Η αναγνώριση και σύνδεση με καταστάσεις ήδη γνωστές από προηγούμενη εμπειρία.
 Η ανάπτυξη της ικανότητας για «μοντελοποίηση» και μεταφορά σε πρόβλημα πραγματικό.
 Η ικανότητα επίλυσης του προβλήματος.