

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ
ΑΠΟΣΠΑΣΜΕΝΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ : ΚΑΠΠΑΤΟΥ ΝΑΤΑΣΣΑ

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β΄ ΦΑΣΗ

ΘΕΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ: ΔΥΝΑΜΕΙΣ

ΣΧΟΛΕΙΟ: 1ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΦΛΩΡΙΝΑΣ

ΤΑΞΗ : ΣΤ1

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ : 18-11-2008

ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ: ΔΕΡΜΕΝΤΖΟΓΛΟΥ ΡΩΞΑΝΗ

A. E. M. : 1974

ΕΞΑΜΗΝΟ: Ε΄

ΦΛΩΡΙΝΑ ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2008

4. ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Η συγκεκριμένη διδασκαλία αφορά στο 17ο κεφάλαιο της 1ης θεματικής ενότητας του σχολικού εγχειριδίου, έχει τίτλο «Δυνάμεις». Σε προηγούμενες ενότητες των Μαθηματικών της ΣΤ΄ τάξης έχουν διδαχθεί τα γνωστικά αντικείμενα που αποτελούν προϋπόθεση για τη διδασκαλία της ενότητας αυτής όπως:

- **τα κριτήρια διαιρετότητας** (κεφάλαιο 13): οι μαθητές μαθαίνουν να διακρίνουν, χρησιμοποιώντας τους κανόνες διαιρετότητας, αν ένας αριθμός διαιρείται με τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 9, 10 και 25 καθώς και να λύνει σχετικά προβλήματα
- **πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί** (κεφάλαιο 14): οι μαθητές μαθαίνουν να ξεχωρίζουν τους πρώτους από τους σύνθετους αριθμούς και να γράφουν έναν σύνθετό αριθμό με τη μορφή γινομένου δύο ή περισσότερων πρώτων αριθμών
- **Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών**(κεφάλαιο 15): οι μαθητές μαθαίνουν να παραγοντοποιούν φυσικούς αριθμούς
- **Πολλαπλάσια ενός αριθμού - Ε.Κ.Π.** (κεφάλαιο 16): οι μαθητές μαθαίνουν να βρίσκουν τα πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών και να βρίσκουν το Ε.Κ.Π. χρησιμοποιώντας τις διαδοχικές διαιρέσεις των αριθμών

Όλα τα παραπάνω αποτελούν βασικές προϋποθέσεις για να διδαχθεί ο μαθητής το κεφάλαιο 18. Αυτό συμβαίνει γιατί γινόμενα με ίδιους παράγοντες συναντάμε στην παραγοντοποίηση και στο Ε.Κ.Π. (χρησιμοποιώντας τις διαδοχικές διαιρέσεις) όπου για να γνωρίζει ο μαθητής αυτά πρέπει να γνωρίζει ποιοι είναι οι πρώτοι και ποιοι είναι οι σύνθετοι αριθμοί και τα κριτήρια διαιρετότητας.

Στη **Ε΄ τάξη** οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τις παραπάνω έννοιες, δηλαδή με **τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, του 5 και του 10** (κεφάλαιο 37) **κοινά πολλαπλάσια - Ε.Κ.Π.** (κεφάλαιο 38). Ακόμη, έρχονται σε επαφή με **το εμβαδόν τετραγώνου** (κεφάλαιο 26) το οποίο είναι απαραίτητο γιατί οι δυνάμεις με εκθέτη το 2 συνδέονται με το εμβαδόν τετραγώνου δηλαδή $5^2=5 \cdot 5$ (είναι το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά πέντε).

Στη **Δ΄ τάξη** μελετούν την πράξη του πολλαπλασιασμού (κεφάλαια 40, 41), πράξη απαραίτητη προκειμένου να υπολογίσουν δυνάμεις. Επίσης, μελετούν πως να υπολογίζουν το εμβαδόν (κεφάλαιο 33).

Σε επαφή με την έννοια του πολλαπλασιασμού που έχει άμεση σχέση με την έννοια της δύναμης έρχονται οι μαθητές και στην **Γ΄ τάξη** (κεφάλαια 4, 5, 6, 11) και στην **Β΄ τάξη** (κεφάλαια 24, 25, 26, 27, 28, 29)

4. 2. ΤΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΠΟΠΤΙΚΑ ΜΕΣΑ

Τα εποπτικά μέσα που χρησιμοποιήθηκαν είναι **τρία φύλλα εργασίας** για έλεγχο των προϋπαρχουσών γνώσεων, για αφόρμηση και για εφαρμογή- εμπέδωση, **το τετράδιο εργασιών** για ασκήσεις εφαρμογής - εμπέδωσης, **χάρτινες κατασκευές (κύβος και στρώσεις του κύβου- βλ. παράρτημα)** για ανακάλυψη της νέας γνώσης και **ο πίνακας** για επισημοποίηση της νέας γνώσης καθώς και για να γράφονται οι απαντήσεις από τις δραστηριότητες και τις ασκήσεις.

4. 3. ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Η συνολική διάρκεια της διδασκαλίας αντιστοιχεί σε 45 λεπτά.
Η χρονική διάρκεια της κάθε φάσης της διδασκαλίας έχει ως εξής:

Φάση 1η : Ανακοίνωση στόχων της διδασκαλίας. Διερευνητική αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών (8-9 λεπτά).

Φάση 2η : Εισαγωγή στη νέα έννοια – Πραγματοποίηση εισαγωγικής δραστηριότητας (10 – 12 λεπτά).

Φάση 3η: Επισημοποίηση – Ανακοίνωση της νέας γνώσης (3 –4 λεπτά).

Φάση 4η: Ασκήσεις εφαρμογής και εμπέδωσης (14–15 λεπτά).

Φάση 5η: Αξιολόγηση (10– 11 λεπτά).

4. 4. ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΥΡΙΟΣ ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Ο κύριος διδακτικός σκοπός είναι οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της δύναμης καθώς επίσης να μάθουν να χειρίζονται δυνάμεις αριθμών.

ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Οι επιμέρους στόχοι αυτού του κεφαλαίου είναι **οι μαθητές να είναι ικανοί:**

- Να γνωρίσουν την έννοια και το συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.
- Να διαβάζουν και να γράφουν δυνάμεις.

- Να γράφουν το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα
- Να υπολογίζουν τις δυνάμεις ενός αριθμού.

4. 5. ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ – ΠΡΟΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

Οι προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών για τη διεξαγωγή του συγκεκριμένου μαθήματος είναι οι εξής :

- Να μπορούν να υπολογίζουν το γινόμενο δύο ή περισσότερων αριθμών(γνώση πολλαπλασιασμού).
- Να γνωρίζουν τα κριτήρια διαιρετότητας.
- Να μπορούν να αναλύουν έναν αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Να βρίσκουν το Ε.Κ.Π. ενός αριθμού ή περισσότερων αριθμών.
- Να συνεργάζονται ομαδικά για την επίτευξη μιας άσκησης ή δραστηριότητας
- Να μπορούν να υπολογίζουν το εμβαδόν τετραγώνου.

4. 6. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας είναι οι εξής:

- Ερωταποκρίσεις
- Η μέθοδος της διάλεξης
- Συζήτηση
- Καθοδηγούμενη ανακάλυψη
- Ομαδική και εξατομικευμένη άσκηση
- Επαγωγική μέθοδος
- Βιωματική μέθοδος

Η μέθοδος της ερωταπόκρισης χρησιμοποιήθηκε σε όλες σχεδόν τις φάσεις της διδασκαλίας καθώς είναι ο πιο εύκολος τρόπος να εντοπίσεις αν γνωρίζουν ή κατανόησαν κάτι οι μαθητές. Η μέθοδος της διάλεξης χρησιμοποιήθηκε στην φάση της επισημοποίησης της νέας γνώσης προκειμένου να κατακτηθεί η νέα γνώση από όλους, αν είναι δυνατό, τους μαθητές καθώς συνυπάρχουν ο λόγος και η εικόνα (πίνακας με τα απαραίτητα στοιχεία). Ακόμη, διάλεξη πραγματοποιήθηκε ώστε να διατυπωθούν οι στόχοι του μαθήματος.

Οι ερωταποκριτικές και αφηγηματικές διδασκαλίες απαρτίζουν την κατηγορία των δασκαλοκεντρικών διδασκαλιών και είναι άμεσης φύσης, αφού το προς μάθηση αντικείμενο προσφέρεται με άμεσο τρόπο από τον

εκπαιδευτικό. Ο μαθητής σε αυτήν την περίπτωση αναμένεται να κατανοήσει και να συγκρατήσει τα προσφερόμενα από τον εκπαιδευτικό στοιχεία (Ματσαγγούρας, 2003).

Ακόμη, η συζήτηση είναι μια σημαντική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε αρκετά καθώς δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εκφράσουν τις εσφαλμένες απόψεις τους οι οποίες μπορούν να διορθωθούν είτε από το δάσκαλο είτε από τους συμμαθητές τους και να ακούσουν τις απόψεις των άλλων.

Η μέθοδος της καθοδηγούμενης ανακάλυψης είναι εμφανέστατη στη 2^η φάση της διδασκαλίας (εισαγωγή στην νέα έννοια και πραγματοποίηση εισαγωγικής δραστηριότητας) όπου μέσα από τα φύλλα εργασίας οδηγήθηκαν οι μαθητές στο να ανακαλύψουν την νέα έννοια. Με άλλα λόγια, οι μαθητές δραστηριοποιήθηκαν για να ανακαλύψουν το καινούργιο.

Οι ανακαλυπτικές μορφές διδασκαλίας απαρτίζουν την κατηγορία των μαθητοκεντρικών διδασκαλιών που είναι έμμεσης και όχι άμεσης μορφής διδασκαλίας. Αποκαλούνται έμμεσες, διότι ο εκπαιδευτικός δεν προσφέρει με άμεσο και ευθύ τρόπο το διδακτικό αντικείμενο, αλλά δημιουργεί τον κατάλληλο προβληματισμό και αφήνει στους μαθητές την ευθύνη και την επιλογή να συλλέξουν και να επεξεργαστούν τα διαθέσιμα στοιχεία σε διαπιστώσεις, προτάσεις και λύσεις (Ματσαγγούρας, 2003).

Επίσης, τα παιδιά εργάστηκαν σε ομάδες (ομαδική άσκηση) των 5 με 6 ατόμων στην 1^η και 2^η φάση της διδασκαλίας. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίστηκε οικονομία χρόνου και το μάθημα έγινε πιο ευχάριστο. Κατά τις ασκήσεις εφαρμογής από το τετράδιο των εργασιών ο κάθε μαθητής εργάστηκε μόνος του (ατομική άσκηση) σύμφωνα με τον δικό του ρυθμό και τρόπο.

Πρέπει να σημειωθεί, πως στο δεύτερο σκέλος της εισαγωγικής δραστηριότητας εφαρμόστηκε βιωματική μέθοδος. Σε κάθε ομάδα μοίρασα την κατασκευή του κύβου, και τις στρώσεις του ώστε να κατανοήσουν καλύτερα την τρισδιάστατη μορφή του κύβου.

Τέλος, εφαρμόστηκε επαγωγική μέθοδος σύμφωνα με την οποία τα παιδιά ακολούθησαν μια πορεία από το συγκεκριμένο και το εμπειρικό προς το αφηρημένο. Πιο αναλυτικά, από το γινόμενο ίδιων παραγόντων (συγκεκριμένο) οδηγήθηκαν στην έννοια της δύναμης (αφηρημένο)

4. 7. ΠΟΡΕΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1η Φάση: ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΗ ΣΤΟΧΩΝ ΚΑΙ ΔΙΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

Σε αυτήν την πρώτη φάση γίνεται η ανακοίνωση των στόχων του μαθήματος και έλεγχος των προϋπαρχουσών γνώσεων των μαθητών με το 1ο φύλλο εργασίας. Τα παιδιά εργάστηκαν σε ομάδες, σε συνεργασία μεταξύ τους και όχι το καθένα χωριστά όπως έκαναν μέχρι τώρα. Οι απαντήσεις των ασκήσεων του φυλλαδίου δόθηκαν από τους μαθητές και σημειώθηκαν στο πίνακα από εμένα.

Οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι η ομαδοσυνεργατική, οι ερωταποκρίσεις, και η διάλεξη.

2η Φάση: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΝΕΑ ΕΝΝΟΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Ως εισαγωγική δραστηριότητα χρησιμοποιήθηκε η πρώτη δραστηριότητα από το 2^ο φύλλο εργασίας. Η δραστηριότητα αυτή είναι η 1^η δραστηριότητα του Βιβλίου του Μαθητή με μια μικρή αλλαγή ώστε να γίνει αντιληπτή η τρισδιάστατη μορφή του κύβου. Αρχικά, τους ζητήθηκε να υπολογίσουν τον αριθμό των μικρότερων τετραγώνων που υπάρχουν σε ένα μεγαλύτερο τετράγωνο και τον αριθμό των μικρότερων κύβων που υπάρχουν σε έναν μεγαλύτερο κύβο(βλ. παράρτημα 2^ο Φύλλο εργασίας). Με την δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι συχνά έχουμε πολλαπλασιασμό των οποίων οι παράγοντες είναι ίδιοι. Εύλογα, λοιπόν, προκύπτει η απορία αν μπορούμε να γράψουμε το γινόμενο ίδιων παραγόντων με πιο σύντομο τρόπο. Κι έπειτα μέσα από τον διάλογο (καθοδηγούμενο) οδηγηθήκαν στην έννοια της δύναμης.

Οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι η ομαδοσυνεργατική, οι ερωταποκρίσεις, καθοδηγούμενη ανακάλυψη επαγωγική μέθοδος και βιωματική μέθοδος.

3η Φάση: ΕΠΙΣΗΜΟΠΟΙΗΣΗ – ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΗ ΤΗΣ ΝΕΑΣ ΓΝΩΣΗΣ

Σ' αυτή τη φάση γίνεται η επισημοποίηση της νέας γνώσης προφορικά με την ανακοίνωση των εννοιών «δύναμη», «εκθέτη» και «βάση». Το μέσο που χρησιμοποιήθηκε είναι ο πίνακας.

Οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι ερωταποκρίσεις, η διάλεξη και η συζήτηση.

4η Φάση: ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ

Στη φάση αυτή οι μαθητές μέσα από τις υπόλοιπες δραστηριότητες του 2^{ου} φύλλου εργασίας και τις δραστηριότητες του τετραδίου εργασιών (ασκήσεις 1, 2, 3, 4) θα εφαρμόσουν και θα εμπεδώσουν όσα έμαθαν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Αναλυτικότερα, η δραστηριότητα του φυλλαδίου έγινε ομαδικά προκειμένου να αλληλοβοηθηθούν οι μαθητές

και οι υπόλοιπες ατομικά ώστε το κάθε παιδί πλέον να προσπαθήσει μόνος του και να τα κατανοήσει καλύτερα.

Οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι ατομική εργασία, η ομαδική εργασία, οι ερωταποκρίσεις και η συζήτηση.

5η Φάση: ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Γίνεται η αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών μέσω του φύλλου αξιολόγησης, το οποίο περιλαμβάνει μια άσκηση σωστού - λάθους (δηλαδή να σημειώσουν ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος) και ένα πρόβλημα. Η αξιολόγηση έχει σκοπό να ελέγχει αν πραγματοποιήθηκαν οι στόχοι που τέθηκαν και αν υπήρχε επιτυχημένη επαφή των μαθητών με τη νέα γνώση.

Η ομαδοσυνεργατική, οι ερωταποκρίσεις και η συζήτηση είναι οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην φάση αυτή.

4. 8. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Στην αρχή της διδασκαλίας οι μαθητές κλήθηκαν να αναλύσουν σε έναν αριθμό γινόμενο πρώτων παραγόντων καθώς και να βρουν το Ε.Κ.Π. τριών αριθμών. Μέσα από τις ασκήσεις αυτές πραγματοποιείται αξιολόγηση των μαθητών στο κατά πόσο γνωρίζουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις. Οι επιδόσεις τους στη συγκεκριμένη διαδικασία αξιολόγησης ήταν αρκετά ικανοποιητικές.

Στη δεύτερη φάση της διδασκαλίας οι μαθητές έπρεπε να υπολογίσουν το πλήθος των τετραγώνων ενός μεγαλύτερου τετραγώνου στην μια περίπτωση και στην άλλη το πλήθος των κύβων ενός μεγαλύτερου κύβου. Όλοι οι μαθητές βρήκαν τα σωστά αποτελέσματα στην πρώτη περίπτωση, ενώ στη δεύτερη υπήρξαν κάποιοι οιοποίοι δυσκολεύτηκαν.

Στις ασκήσεις εφαρμογής και εμπέδωσης κλήθηκαν να εκτελέσουν ένα πρόβλημα και κάποιες ασκήσεις ώστε να εμπεδώσουν οι μαθητές την νέα έννοια. Δεν παρατηρήθηκε κάποια ιδιαίτερη δυσκολία από την πλευρά των μαθητών.

7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ενότητα: Δυνάμεις

Άσκηση 1

Αναλύστε τον αριθμό 32 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και μετά γράψτε την ανάλυσή του.

Λύση

$$32 = \dots\dots\dots$$

Άσκηση 2

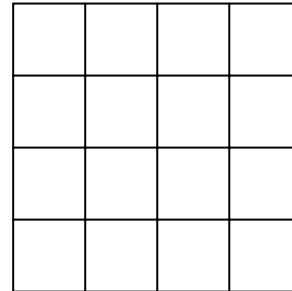
Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών 2, 4 και 8.

2° ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ενότητα: Δυνάμεις

Δραστηριότητα 1

- Υπολογίστε με σύντομο τρόπο πόσα τετράγωνα υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα.



Γράψτε την πράξη που κάνατε :

.....

- Υπολογίστε το πλήθος των μικρών κύβων στην κατασκευή που σας δόθηκε.

Γράψτε την πράξη που κάνατε:

.....

- Τι παρατηρείται για τους παράγοντες σε καθεμιά από τις προηγούμενες ισότητες;.....

Δραστηριότητα 2

Ένα σχολείο της Φλώρινας έχει 6 τάξεις. Κάθε τάξη έχει 6 παράθυρα. Κάθε παράθυρο έχει 6 τζάμια. Υπολογίστε πόσα τζάμια υπάρχουν συνολικά και στις έξι τάξεις.

Γράψτε την πράξη που κάνατε:.....

- Τι παρατηρείται για τους παράγοντες σε καθεμιά από τις προηγούμενες ισότητες;.....
- Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο.

.....

ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ενότητα: Δυνάμεις

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω εκφράσεις.

- Η ισότητα $6^3 = 6 \cdot 3$ είναι σωστή.
- Η ισότητα $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ είναι σωστή.
- Η ισότητα $4^2 = 16$ είναι σωστή.

Πρόβλημα1

Πόσες καρέκλες και πόσα τραπέζια πρέπει να αγοράσουν για την επίπλωση μιας εταιρείας που θα στεγαστεί σε τέσσερα νέα τετραώροφα κτίρια, όταν κάθε κτίριο έχει τέσσερα γραφεία ανά όροφο και κάθε γραφείο χρειάζεται ένα τραπέζι και καρέκλες;

Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο.

Να υπολογίσετε πόσο θα κοστίσουν οι καρέκλες και πόσο τα τραπέζια αν η κάθε καρέκλα κοστίζει 60€ και το κάθε τραπέζι κοστίζει 80€

Λύση

Απάντηση.....

.....



Οι κατασκευές που δόθηκαν για το δεύτερο σκέλος της εισαγωγικής δραστηριότητας

Κεφάλαιο 17ο  **Δυνάμεις**

Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί



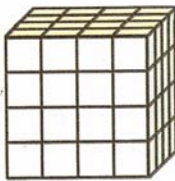
Γνωρίζω την έννοια και τον συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.
 Διαβάζω και γράφω δυνάμεις.
 Γράφω το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.
 Υπολογίζω τις δυνάμεις ενός αριθμού.



Δραστηριότητα 1η

Ξέρουμε ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια σύντομη πρόσθεση με ίδιους προσθετέους.

- Υπολόγισε με σύντομο τρόπο πόσα μικρά τετράγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.
- Γράψε την πράξη που έκανες:
.....
- Υπολόγισε το πλήθος των μικρών κύβων στην παρακάτω κατασκευή:
- Τι παρατηρείς για τους παράγοντες σε καθεμία από τις προηγούμενες ισότητες;



Δραστηριότητα 2η

Από τα αρχαία ακόμη χρόνια οι άνθρωποι έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή στους πολλαπλασιασμούς στους οποίους όλοι οι παράγοντες ήταν ίδιοι. Στον Πάπυρο του Αχμές (αρχαίο μαθηματικό αιγυπτιακό χειρόγραφο που ο Ριντ μετέφερε στη Βρετανία) διαβάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:



Υπάρχουν επτά σπίτια. Σε κάθε σπίτι ζουν επτά γάτες. Κάθε γάτα έφαγε επτά ποντίκια. Κάθε ποντίκι, αν ζούσε, θα έχει φάει επτά στάχια. Κάθε στάχι που φυτεύεται παράγει επτά κούπες σιτάρι. Πόσο περισσότερες κούπες σιτάρι θα παραχθούν χάρη στις γάτες κατά την επόμενη σοδειά ;

- Γράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να λύσετε το «πρόβλημα»:
.....
.....
.....
- Πιστεύετε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δάσκαλοι έβαλαν το πρόβλημα αυτό μόνο για να βρεθεί η ποσότητα του σιταριού;



Πολλές φορές συναντάμε γινόμενα στα οποία όλοι οι παράγοντες είναι ίσοι. Αυτά τα γινόμενα είναι δυνατό να εκφραστούν με πιο σύντομο τρόπο.

Δύναμη φυσικού αριθμού

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως **δύναμη**.

Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς: τη **βάση** που είναι ο αριθμός που χρησιμοποιείται ως παράγοντας στο γινόμενο και τον **εκθέτη** που δείχνει πόσες φορές ο αριθμός της βάσης χρησιμοποιείται ως παράγοντας.

Παραδείγματα

Παράγοντες γινομένου - δύναμη

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

2⁵

2: βάση

5: εκθέτης

Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση. Για παράδειγμα, η δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη το 5 γράφεται **2⁵** και διαβάζεται: **2 στην πέμπτη (δύναμη)**.

Η δύναμη με εκθέτη το 2 διαβάζεται στη δεύτερη ή **στο τετράγωνο** (π.χ. 5²: 5 στη δεύτερη ή 5 στο τετράγωνο).

5² = 5 · 5 (είναι το εμβαδό **τετραγώνου** με πλευρά 5)

Η δύναμη με εκθέτη το 3 διαβάζεται στην τρίτη ή **στον κύβο** (π.χ. 5³: 5 στην τρίτη ή 5 στον κύβο).

5³ = 5 · 5 · 5 (είναι ο όγκος **κύβου** με ακμή 5)



Εφαρμογή 1η

Να βρείτε το γινόμενο πρώτων παραγόντων του αριθμού 243. Μπορείτε να γράψετε το γινόμενο αυτό με συντομότερο τρόπο;

Λύση

Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τον αριθμό 243. Βρίσκουμε ότι είναι ο αριθμός 3 και αρχίζουμε τη διαδικασία παραγοντοποίησης.

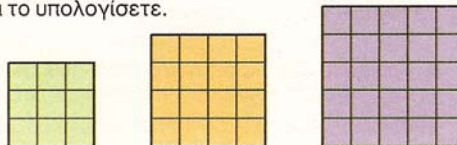
Ολοκληρώνοντας τη διαδικασία, βρίσκουμε το γινόμενο πρώτων παραγόντων $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Διαπιστώνουμε ότι είναι ένα γινόμενο που αποτελείται από ίδιους παράγοντες. Άρα μπορεί να εκφραστεί με δύναμη.

Απάντηση: Ο αριθμός 243 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ και με συντομότερο τρόπο είναι: 3^5

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Εφαρμογή 2η

Να γράψετε το γινόμενο για τον υπολογισμό του εμβαδού για καθένα από τα παρακάτω τετράγωνα με τη μορφή δύναμης και να το υπολογίσετε.



Λύση - Απάντηση:

α) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ τ.εκ., β) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ τ.εκ., γ) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ τ.εκ.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δύναμη ενός αριθμού**, **βάση** και **εκθέτης**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ⇒ Η ισότητα $6^3 = 6 \cdot 3$ είναι σωστή.
- ⇒ Η ισότητα $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ είναι σωστή.
- ⇒ Η ισότητα $4^2 = 16$ είναι σωστή.

Σωστό	Λάθος
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Κεφάλαιο 17ο Δυνάμεις

Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί



Άσκηση 1η

Υπολόγισε τις πρώτες δυνάμεις του αριθμού 2.

2^2	2^3	2^4	2^5	2^6

Άσκηση 2η

Συμπλήρωσε τον πίνακα με τα τετράγωνα και τους κύβους των αριθμών:

ΑΡΙΘΜΟΙ ▶	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΔΥΝΑΜΗ ▼											
ΑΡΙΘΜΟΣ ²											
ΑΡΙΘΜΟΣ ³											

Άσκηση 3η

Να βρεις:

- α) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 5:
- β) Το τριπλάσιο και τον κύβο του αριθμού 4:
- γ) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 6:

Άσκηση 4η

Γράψε με τη μορφή δύναμης τα παρακάτω γινόμενα	Ανάλυσε τους αριθμούς και γράψε τους με τη μορφή δύναμης	
$20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$	625	343
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	243	169

Πρόβλημα 1ο

Πόσο θα κοστίσει η επίπλωση στα τέσσερα νέα τετραώροφα κτίρια που θα στεγάσουν τα γραφεία μιας εταιρείας, όταν κάθε κτίριο έχει τέσσερα γραφεία ανά όροφο και κάθε γραφείο χρειάζεται ένα τραπέζι και τέσσερις καρέκλες; Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε το συνολικό κόστος όταν η καρέκλα κοστίζει 60 € και το τραπέζι 80 €.

Λύση

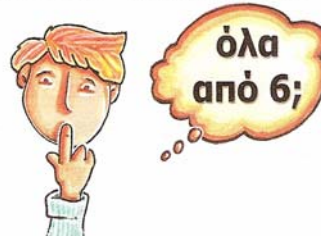
Απάντηση



Πρόβλημα 2ο

Μια εταιρεία καθαρισμού έχει αναλάβει να καθαρίσει τα τζάμια ενός συγκροτήματος πολυκατοικιών. Το συγκρότημα αποτελείται από 6 εξώροφες πολυκατοικίες. Κάθε όροφος έχει 6 διαμερίσματα, κάθε διαμέρισμα έχει 6 παράθυρα και κάθε παράθυρο έχει 6 τζάμια. Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε πόσα τζάμια θα καθαρίσουν.

Λύση



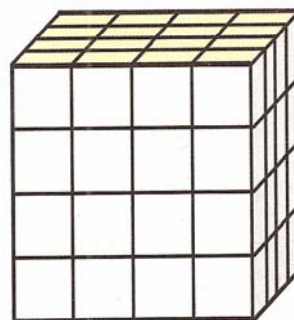
Απαντήσεις:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Το δήλιο πρόβλημα»

Το έτος 430 π.Χ. οι κάτοικοι της Δήλου υπέφεραν από μεγάλο λοιμό (αρρώστια). Για να γλιτώσουν από το λοιμό απευθύνθηκαν για χρησμό στο μαντείο του Απόλλωνα. Σύμφωνα με το χρησμό ο λοιμός θα αντιμετωπιζόταν αν οι πολίτες διπλασίαζαν έναν από τους κυβικούς βωμούς, χωρίς να χαλάσουν την κυβική μορφή του. Τα μοναδικά όργανα που είχαν για να λύσουν το πρόβλημα ήταν ο χάρακας και ο διαβήτης.

Ας εξετάσουμε και εμείς έναν κύβο σαν εκείνο το βωμό.

Παρατηρήστε τον κύβο του παρακάτω σχήματος (που έχει 4 μικρούς κύβους σε κάθε πλευρά), υπολογίστε το πλήθος των μικρών κύβων και γράψτε το σαν δύναμη.....



- Θέλουμε να διπλασιάσουμε τον κύβο. Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά, πόσο θα γίνει το νέο σύνολο των μικρών κύβων;

- Πόσες φορές μεγαλύτερος έγινε τώρα ο κύβος;

- Όμως χρησμός του μαντείου δεν εννοούσε διπλασιασμό της πλευράς, αλλά του όγκου (της ποσότητας των μικρών κύβων που ο βωμός περιέχει). Νομίζετε πως είναι δυνατόν να τον διπλασιάσουμε; (Συζητήστε το στην ομάδα σας).



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί το μαντείο έδωσε τέτοιο χρησμό στους κατοίκους της Δήλου;
- Τι μπορούμε να συμπεράνουμε, με βάση το χρησμό, για τις μαθηματικές γνώσεις των ανθρώπων του μαντείου;

