

1η Επιστολή προς τους εκπαιδευτικούς και γονείς

Το εργαστήριο των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας, το Πρότυπο Πειραματικό Δημοτικό σχολείο Σερρών «Κ. Καραμανλής» και η Διεύθυνση Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης νομού Σερρών, ξεκινούν αυτόν τον θεσμό της Επιστολής προς τους εκπαιδευτικούς και γονείς με στόχο την ενημέρωση των εκπαιδευτικών και των γονέων σε σύγχρονα και χρήσιμα θέματα της εκπαίδευσης των μαθηματικών.

Αυτή η δράση κινείται στην κατεύθυνση της σύνδεσης της πανεπιστημιακής έρευνας με την εκπαιδευτική πράξη. Θα επιδιωχθεί η ενημέρωση και επιμόρφωση εκπαιδευτικών και γονέων, με απλό και κατανοητό τρόπο, με τελικό στόχο τον εκσυγχρονισμό και τη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης των μαθητών.

Το θέμα αυτής πρώτης επιστολής θα είναι οι **νοεροί υπολογισμοί**, δηλαδή οι υπολογισμοί που γίνονται με το μυαλό.

ΕΥΓΕΝΙΚΗ ΧΟΡΗΓΙΑ



Νοεροί Υπολογισμοί

Τιατί διδάσκουμε τους νοερούς υπολογισμούς;

Αν είχαμε να εκτελέσουμε τις παρακάτω πράξεις:

$$\begin{aligned} & 98 + 37 \\ & 1.234 \times 2.650 \\ & 240 : 12 \\ & 678 : 42 \\ & 3.650 - 2.600 \end{aligned}$$

Τις πράξεις **98+37**, **240:12** και **3.650-2.600** θα μπορούσαμε να τις κάνουμε εύκολα και γρήγορα με το μυαλό, χωρίς να χρησιμοποιήσουμε χαρτί και μολύβι ή την αριθμομηχανή.



Ενώ για τις πράξεις **1.234x2.650** και **678:42** θα χρειαζόμασταν χαρτί και μολύβι ή την αριθμομηχανή



Περιοδική έκδοση
του Συλλόγου Γονέων
του Προτύπου Πειραματικού
Δημοτικού Σχολείου Σερρών
«Κων/νος Καραμανλής»

Μπορούμε να πούμε, λοιπόν, ότι στην καθημερινή ζωή τους διάφορους υπολογισμούς που χρειάζεται να κάνουμε τους πραγματοποιούμε χρησιμοποιώντας τρία μέσα: το μυαλό μας (νοεροί υπολογισμοί), χαρτί και μολύβι (γραπτοί τυπικοί τρόποι υπολογισμού) και την αριθμομηχανή (ή κομπουτεράκι) ή συνδυασμούς αυτών των μέσων.

Από τις διάφορες έρευνες, αλλά από την εμπειρία μας, διαπιστώνουμε ότι στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε περισσότερο τους υπολογισμούς με μυαλό, δηλαδή τους νοερούς υπολογισμούς.

Οι βασικοί λόγοι για τους οποίους οι νοεροί υπολογισμοί είναι σημαντικοί και πρέπει να διδάσκονται είναι οι εξής:

Συμβάλουν στην κατανόηση άλλων εννοιών:

2 Η εξάσκηση με αυτούς δημιουργεί καλύτερη και βαθύτερη κατανόηση των αριθμών. Βοηθούν στην κατανόηση και την ανάπτυξη των γραπτών μεθόδων υπολογισμού. Αποτελούν την βάση για να αναπτυχθούν οι ικανότητες των κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Η νοερή εργασία αναπτύσσει ικανότητες για τη λύση προβλημάτων.

1 Είναι χρήσιμοι και εφαρμόζονται στην πράξη:

Χρησιμοποιούνται πολύ στην καθημερινή ζωή και μάλιστα περισσότερο από τους γραπτούς υπολογισμούς.

3 Εξασκούν και αναπτύσσουν συνωστικές ικανότητες:

Με τους νοερούς υπολογισμούς εξασκείται η ικανότητα αναπαράστασης και χρήσης αφηρημένων εννοιών στη βραχύχρονη μνήμη, ασκείται επίσης η ικανότητα της ευελιξίας. Ασκείται η μεταγνωστική ικανότητα των μαθητών, όταν αυτοί παρουσιάζουν τους τρόπους με τους οποίους υπολόγισαν.

**Οι νοεροί υπολογισμοί
δεν είναι πάντοτε υπολογισμοί
κατά προσέγγιση**

Πολλοί συγχέουν τους όρους **νοεροί υπολογισμοί** και **κατ' εκτίμηση υπολογισμοί**. Κάποιοι θεωρούν ότι με τους νοερούς υπολογισμούς βρίσκουμε ένα αποτέλεσμα στο περίπου, ενώ μόνο με τους γραπτούς υπολογισμούς βρίσκουμε ένα ακριβές αποτέλεσμα.

Αυτό δεν είναι σωστό

Με τους νοερούς υπολογισμούς βρίσκουμε ένα ακριβές αποτέλεσμα. Όταν βρίσκουμε ένα αποτέλεσμα κατά προσέγγιση, τότε έχουμε έναν υπολογισμό κατ' εκτίμηση.

Όταν υπολογίζουμε με το μυαλό υπάρχουν πολλοί ψρόποι υπολογισμού

Αν προτείνουμε στα παιδιά να υπολογίσουν με το μυαλό την πρόσθεση **98+37**, μπορεί να πάρουμε πολλές απαντήσεις, όπως:

$$90+30=120,
8+7=15,
120+15=135$$

(χωρίζουν μονάδες και δεκάδες)

$$100+37=137,
137-2=135$$

(στρογγυλοποιούν)

$$98+30=128,
128+7=135$$

(κρατούν ένα αριθμό σταθερό
και προσθέτουν διαδοχικά τον άλλον)

Όλοι αυτοί οι ψρόποι είναι σωστοί

Διδάσκουμε πολλούς τρόπους υπολογισμού:

Ναι, όλοι οι άνθρωποι δεν σκέφτονται με τον ίδιο τρόπο, σε κάποιους βιολεύει ο ένας τρόπος και σε κάποιους ο άλλος. Επίσης, ανάλογα τους αριθμούς της πράξης, μπορεί να είναι πιο αποτελεσματικός ο ένας ή ο άλλος τρόπος, π.χ. αν είχαμε να προσθέσουμε **98+32** θα ταίριαζε καλύτερα η πρώτη μέθοδος, αν είχαμε **98+30** θα ταίριαζε η δεύτερη μέθοδος.

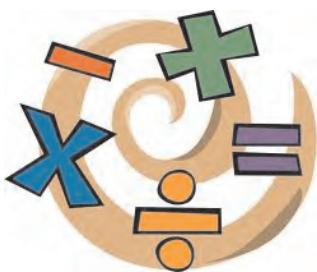
Ο στόχος για κάθε παιδί είναι να γίνει ευέλικτος στους υπολογισμούς:

- να μπορεί να χρησιμοποιεί πολλές μεθόδους
- να γνωρίζει πότε να χρησιμοποίει την κάθε μέθοδο
- να μην ακολουθεί τυποποιημένους κανόνες, που δεν καταλαβαίνει, και δίνουν «ως δια μαγείας» τη σωστή απάντηση.

Νοητική αναπαράσταση του τυπικού αλγορίθμου

Αν ζητήσουμε από ένα παιδί της Γ' τάξης να προσθέσει $98+37$, μπορεί να πραγματοποιήσει με το μυαλό του τον τυπικό γραπτό αλγόριθμο της πρόσθεσης. Δηλαδή να τοποθετήσει τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλον, όπως στο χαρτί, και να εκτελέσει την πράξη.

$135 \dots \text{είπα } 8 \text{ και } 7 \text{ κάνει } 15 \dots 5 \text{ και } 1 \text{ το κρατούμενο... } 1 \text{ και } 9, 10 \text{ και } 3, 13 \dots \text{άρα } 135.$

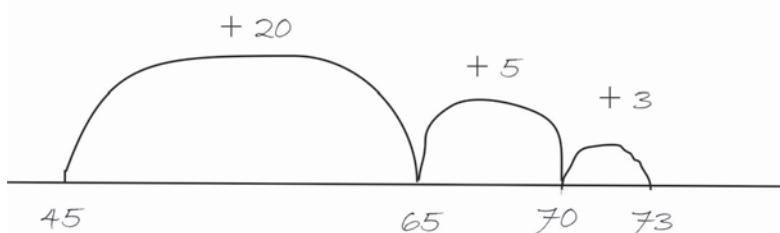


Σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών οι τυπικοί γραπτοί τρόποι υπολογισμού (γραπτοί αλγόριθμοι) της πρόσθεσης και αφαίρεσης εισάγονται στην Β' τάξη, του πολλαπλασιασμού στη Γ' τάξη και της διαίρεσης στη Δ' τάξη. Για κάθε πράξη, πριν από την εισαγωγή του γραπτού τρόπου υπολογισμού, οι μαθητές εξασκούνται στους νοερούς υπολογισμούς και αναπτύσσουν τις ατομικές και αυθόρμητες μεθόδους τους.

Η αριθμογραμμή - και μάλιστα η κενή - είναι ένα πολύ καλό βοήθημα για τα παιδιά στους νοερούς υπολογισμούς.

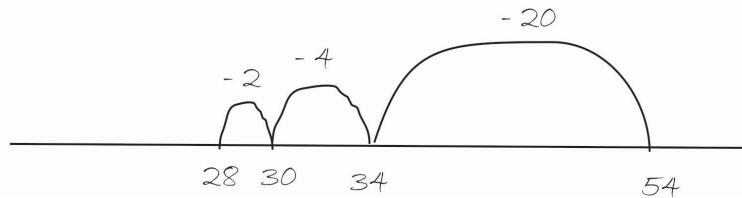
Στην αρχή η αριθμογραμμή είναι ένα καλό εποπτικό μέσο για τους νοερούς υπολογισμούς, μετά τα παιδιά - αλλά και οι ενήλικοι - τη φαντάζονται και σταδιακά την εγκαταλείπουν.

$$45 + 28$$



Τοποθετούμε το 45 στην αριθμογραμμή. Κάνουμε ένα άλμα των 20 και φτάνουμε στο 65. Μας μένουν άλλα 8 από το 28. Από το 65 κάνουμε ένα άλμα των 5 και φτάνουμε στο 70 και ένα άλμα του 3 και φτάνουμε στο 73 που είναι το αποτέλεσμα.

$$54 - 26$$



Τοποθετούμε το 54 στην αριθμογραμμή. Κάνουμε ένα άλμα των 20 προς τα πίσω και φτάνουμε στο 34. Μας μένουν άλλα 6 από το 26. Από το 34 κάνουμε ένα άλμα των 4 και φτάνουμε στο 30 και ένα άλμα των 2 και φτάνουμε στο 28 που είναι το αποτέλεσμα.

Οι τρόποι υπολογισμών (στρατηγικές) των παιδιών σε προσθέσεις και αφαιρέσεις με αριθμούς μέχρι το 20

Οι τρόποι υπολογισμού (στρατηγικές) των παιδιών στις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις με αριθμούς μέχρι το 20, αναπτύσσονται σε τρία επίπεδα:

1^ο Στρατηγικές με υλικά ή αισθητοποίησης των αριθμών:

Για να εκτελέσουν τις πρώτες πράξεις της πρόσθεσης ή της αφαιρέσης τα παιδιά έχουν ανάγκη να αισθητοποιήσουν τους αριθμούς, γι' αυτό χρησιμοποιούν τα δάκτυλά τους ή αντικείμενα. Για παράδειγμα, για να κάνουν την πρόσθεση $3+2$, μετρούν και βγάζουν 3 δάκτυλα, μετρούν και βγάζουν 2 δάκτυλα και μετά μετρούν όλα τα δάκτυλα μαζί και βρίσκουν το αποτέλεσμα. Αυτή η μέθοδος (στρατηγική) λέγεται **απαριθμηση άλων**.

2^ο Στρατηγικές αρίθμησης:

Στο επίπεδο αυτό τα παιδιά χρησιμοποιούν την ακολουθία των αριθμών (αριθμογραμμή), σε αντίθεση με το προηγούμενο επίπεδο κατά το οποίο απαριθμούσαν μόνο αντικείμενα. Γι' αυτόν τον λόγο τις στρατηγικές αυτές τις ονομάζουμε **στρατηγικές αρίθμησης**. Για παράδειγμα, στην πρόσθεση $2+5$, τα παιδιά μπορεί να αριθμήσουν ένα προς ένα τόσα βήματα όσα δείχνουν οι αριθμοί της πράξης ξεκινώντας από τον πρώτο αριθμό $1, 2, \dots, 3, 4, 5, 6, 7$ (**Αρίθμηση από τον πρώτο όρο**).

3^ο Στρατηγικές ανάκλησης ή κατασκευαστικές στρατηγικές:

Στο επίπεδο αυτό τα παιδιά ανακαλούν από τη μνήμη τους γνωστά αριθμητικά γεγονότα και τα επεξεργάζονται νοερά, για να υπολογίσουν κάποια άλλα. Για παράδειγμα, την πρόσθεση $5+6$, κάποια παιδιά μπορεί να την υπολογίσουν ως εξής: $5+5+1=11$, ανακαλώντας από την μνήμη τους τα γνωστά αριθμητικά γεγονότα: $6=5+1$ και $5+5=10$.

Στην αρχή είναι φυσιολογικό τα παιδιά να χρησιμοποιούν τα δάκτυλά τους για να υπολογίσουν. Σταδιακά και με τον χρόνο, αφού αρχίσουν να βλέπουν τους αριθμούς αφηρημένα, δεν χρησιμοποιούν τα δάκτυλά τους.

Τι να κάνουμε και τι να μην κάνουμε μέσα στην τάξη και το σπίτι;



- Να δίνουμε στα παιδιά την ευκαιρία να εκφράσουν, προφορικά ή γραπτά, τον τρόπο που υπολογίζουν και σκέφτονται. Ρωτάμε «πώς το βρήκες»;
- Μέσα στην τάξη φροντίζουμε να παρουσιάζονται και να συζητιούνται οι διάφοροι τρόποι με τους οποίους υπολογίζουν τα παιδιά.
- Στο σπίτι, μέσα από τις καθημερινές δραστηριότητες, φροντίζουμε να δίνουμε ευκαιρίες στα παιδιά μας να υπολογίζουν. Για παράδειγμα, να κάνουν αγορές και να μετρούν χρήματα, να έχουν στα παιχνίδια τους απομιμήσεις χρημάτων, παιζουμε παιχνίδια με υπολογισμούς, διαβάζουμε παραμύθια με αριθμητική, κ.ά.



- Να μη βιαζόμαστε να εισαγάγουμε τους γραπτούς τρόπους υπολογισμού πριν τα παιδιά ασκηθούν αρκετά στους νοερούς υπολογισμούς.
- Να μην επιβάλλουμε στους μαθητές, κάποιους συγκεκριμένους τρόπους υπολογισμού, αλλά να τους αφήνουμε ελεύθερους να επιλέγουν και να εφαρμόζουν αυτούς που τους ταιριάζουν.
- Να μην δίνουμε στα παιδιά πολλές φωτοτυπίες για το σπίτι με μακροσκελείς γραπτές πράξεις



Αν θέλετε να μάθετε περισσότερα για το θέμα των νοερών υπολογισμών πηγαίνετε στη σελίδα:
<http://mathslife.eled.uowm.gr/>

ΕΥΓΕΝΙΚΗ ΧΟΡΗΓΙΑ

