

2^η Επιστολή

προς τους εκπαιδευτικούς και γονείς

Μετά την πρώτη επιστολή, η οποία αναφερόταν στους νοερούς υπολογισμούς, ως θέμα της δεύτερης επιστολής επιλέχθηκε η **προπαίδεια**, που σχετίζεται άμεσα με τους νοερούς υπολογισμούς, καθώς ανήκει στον ίδιο χώρο.

Η διδασκαλία της προπαίδειας, σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, ξεκινά στη Δευτέρα και ολοκληρώνεται στην Τρίτη Δημοτικού. Η μάθηση της προπαίδειας αποτελεί ένα θέμα σημαντικό που απασχολεί εκπαιδευτικούς και γονείς, καθώς τα γινόμενά της αποτελούν τη βάση για την εκτέλεση πολλαπλασιασμών με μεγαλύτερους αριθμούς, αλλά και για την εκτέλεση διάφορων υπολογισμών και εκτιμήσεων στα πλαίσια της καθημερινής ζωής.

Στην επιστολή αυτή θα επιχειρήσουμε, με βάση τα γνωστικά χαρακτηριστικά της προπαίδειας, να αναλύσουμε διδακτικά το θέμα και να δώσουμε οδηγίες σε εκπαιδευτικούς και γονείς, με στόχο τη βελτίωση της διδασκαλίας και μάθησης της προπαίδειας.

Ο σύλλογος διδασκόντων και ο σύλλογος γονέων του Προτύπου Πειραματικού Δημοτικού Σχολείου Σερρών ευχαριστεί θερμά την εταιρία

**ΣΙΑΡΚΟΣ Α.Ε.
Εκκοκιστήρια Βάμβακος**

για την καθοριστική συμβολή της στην έκδοση της 2ης επιστολής προς γονείς και εκπαιδευτικούς.



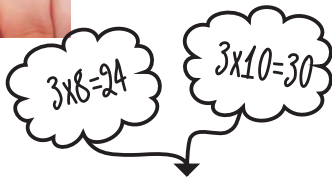
Η μάθηση της προπαίδειας

Τι χαρακτηριστικά έχει η γνώση της προπαίδειας;

Α. Σημαντικό ρόλο παίζει η μνήμη!



$$3 \times 18 = ;$$


$$3 \times 8 = 24$$
$$3 \times 10 = 30$$

$$3 \times 18 = 30 + 24 = 54$$

Όταν ένας ενήλικας σκεφτεί πόσο κάνει 3 φορές το 4 (3×4), συνήθως το βρίσκει αμέσως, δηλαδή δεν το υπολογίζει, το θυμάται και το ανακαλεί από τη μνήμη του, **τη μνήμη μακράς διάρκειας ή μακρόχρονη μνήμη**. Αν, όμως, σκεφτεί πόσο κάνει 3×18 , το πιο πιθανό είναι να μην το θυμάται απέξω, όπως το προηγούμενο γινόμενο, αλλά να το υπολογίσει. Μπορεί, για παράδειγμα, να πει: $3 \times 10 = 30$, $3 \times 8 = 24$, άρα $3 \times 18 = 30 + 24 = 54$, ή να επιλέξει κάποιον άλλο τρόπο υπολογισμού. Σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιεί γινόμενα που τα θυμάται απέξω και τα ανασύρει από τη μακρόχρονη μνήμη, όπως το $3 \times 10 = 30$ και $3 \times 8 = 24$, αλλά με αυτά κάνει υπολογισμούς στη **βραχύχρονη μνήμη ή μνήμη εργασίας**, για να βρει το αποτέλεσμα. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι σημαντικό ρόλο στους υπολογισμούς με την προπαίδεια παίζει η μνήμη.

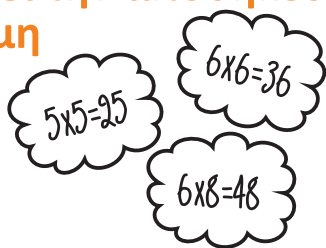
Περιοδική έκδοση του εργαστηρίου των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας και του Συλλόγου Γονέων του Προτύπου Πειραματικού Δημοτικού Σχολείου Σερρών «Κων/νος Καραμανλής»

Τελικός στόχος της διδασκαλίας και μάθησης της προπαίδειας είναι να γνωρίζει ο μαθητής τα γινόμενα της προπαίδειας και να μπορεί να τα ανακαλεί άμεσα από τη μνήμη του, είτε να τα υπολογίζει στη μνήμη εργασίας χρησιμοποιώντας άλλα γνωστά γινόμενα.

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Αυτή η μάθηση της προπαίδειας από μνήμης **απαιτεί χρόνο** και είναι το τελικό αποτέλεσμα μιας μαθησιακής πορείας, όπως θα δούμε στη συνέχεια. **Δεν πραγματοποιείται αμέσως.**

β. Η φωνολογική μορφή επηρεάζει την αποθήκευση στη μνήμη



Αρκετοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι τα γινόμενα της προπαίδειας αποθηκεύονται στη μνήμη σε μια ακουστική ή φωνολογική μορφή. Πράγματι, γινόμενα όπως το $5 \times 5 = 25$ (πέντε, πέντε, είκοσι πέντε), $6 \times 6 = 36$ (έξι, έξι, τριάντα έξι), $6 \times 8 = 48$ (έξι, οκτώ, σαράντα οκτώ), που έχουν φωνολογική κανονικότητα λόγω της επανάληψης της ίδιας λέξης, αποθηκεύονται πιο γρήγορα στη μνήμη και τα θυμόμαστε πιο εύκολα.

Πώς αναπτύσσεται η μάθηση της προπαίδειας;

Η μάθηση της προπαίδειας

ή των απλών γινομένων του πολλαπλασιασμού εξελίσσεται σε τρεις φάσεις:

2

Ανακατασκευαστική:

Στη φάση αυτή τα παιδιά προσπαθούν να υπολογίσουν τα γινόμενα της προπαίδειας χρησιμοποιώντας γνωστές πράξεις. Για παράδειγμα, για να βρουν το 3×4 , χρησιμοποιούν την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση: $4 + 4 = 8$, $8 + 4 = 12$, ή για να υπολογίσουν το 6×7 χρησιμοποιούν το $5 \times 7 = 35$, που το γνωρίζουν, και σε αυτό προσθέτουν το 7. Δηλαδή, $35 + 7 = 42$. Καθώς, λοιπόν, τα παιδιά δεν μπορούν άμεσα να απομνημονεύσουν τους πίνακες της προπαίδειας μέσα από την εξάσκηση και την πρακτική, περνούν από αυτό το ενδιάμεσο στάδιο, όπου κατασκευάζουν τα γινόμενα.

Οι τρεις αυτές φάσεις ανάπτυξης της προπαίδειας δεν είναι ανεξάρτητες και δεν διαχωρίζονται πάντα η μια από την άλλη.



Με βάση, λοιπόν, αυτή την εξελικτική λογική των τριών φάσεων ανάπτυξης, στην αρχή χρειάζεται να αφιερώνεται αρκετός χρόνος για την ενασχόληση των μαθητών με καθημερινές εμπειρικές καταστάσεις και προβλήματα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης, έτσι ώστε να αποκτήσουν νόημα οι πράξεις αυτές για τους ίδιους. Στη συνέχεια, χρειάζεται να δοθεί στα παιδιά η δυνατότητα να λειτουργήσουν ανακατασκευαστικά, δηλαδή να υπολογίσουν άγνωστα γινόμενα με βάση ήδη γνωστές πράξεις και με αυτόν τον τρόπο να ανακαλύψουν και να συζητήσουν καινούριες στρατηγικές. Τέλος, προτείνεται να δοθεί έμφαση στην απομνημόνευση και την εξάσκηση με τους πίνακες του πολλαπλασιασμού.

1

Εννοιολογική:

Στη φάση αυτή τα παιδιά κατανοούν τη σημασία και την έννοια του πολλαπλασιασμού. Τα παιδιά θα πρέπει να αντιμετωπίσουν πολλές καταστάσεις με πολλαπλασιασμούς, για να κατανοήσουν τη σημασία του. Η διαδικασία αυτή ξεκινάει στο νηπιαγωγείο και στην Α' τάξη του δημοτικού.

3

Αναπαραγωγική:

Τα παιδιά φτάνουν προοδευτικά στην τρίτη φάση της αναπαραγωγής των γινομένων της προπαίδειας. Στη φάση αυτή δίνεται έμφαση στην απομνημόνευση και οι μαθητές είναι σε θέση να ανακαλούν αμέσως τα γινόμενα από τη μνήμη τους, λέγοντας π.χ. $3 \times 5 = 15$. Όταν όμως δεν γνωρίζουν το γινόμενο απέξω, ενδέχεται να καταφεύγουν και πάλι στη διαδικασία της ανακατασκευής. Για παράδειγμα, και αρκετοί ενήλικες όταν δεν θυμούνται απέξω το γινόμενο 7×8 , το υπολογίζουν με βάση άλλα γινόμενα που γνωρίζουν π.χ. $6 \times 8 = 48$, $48 + 8 = 56$.

Πώς αναπτύσσονται οι γνώσεις των παιδιών;

Στην Β' τάξη, όταν οι μαθητές αρχίζουν να μαθαίνουν την προπαίδεια, χρησιμοποιούν στρατηγικές μέτρησης ένα προς ένα ή ρυθμικής αρίθμησης χρησιμοποιώντας τα δάχτυλά τους ή άλλα μέσα.

Στο τέλος της Β' τάξης, μετά τη διδασκαλία της προπαίδειας, συνήθως η πλειοψηφία των παιδιών γνωρίζει και ανακαλεί από τη μνήμη τα γινόμενα με μικρούς αριθμούς και τα άλλα γινόμενα τα υπολογίζει κάνοντας χρήση διάφορων στρατηγικών.

Τα περισσότερα παιδιά, στο τέλος της Γ' τάξης ή στις μεγαλύτερες τάξεις, είναι σε θέση να ανακαλούν άμεσα από τη μνήμη τα περισσότερα γινόμενα.



Κρίσιμα σημεία για τη διδασκαλία της προπαίδειας

Τα εύκολα γινόμενα ή γινόμενα σημεία αναφοράς

Τα εύκολα γινόμενα, με τα οποία αρχίζει και η σύγχρονη διδασκαλία, είναι τα γινόμενα στους πίνακες του 2, του 5 και του 10. Τα γινόμενα του 2 είναι εύκολα, γιατί είναι τα διπλάσια, που προκύπτουν με την πρόσθεση και διδάσκονται στην Α' τάξη. **Είναι πολύ καλό να εξασκούμε τα παιδιά σε αυτές τις μετρήσεις, ανά 2, 5 και 10, γιατί είναι οι προάγγελοι και οι βάσεις της προπαίδειας.** Επιπλέον, τα γινόμενα του 2, του 5 και του 10 χρησιμοποιούνται ως **σημεία αναφοράς** για να υπολογίζονται άλλα γινόμενα. Για παράδειγμα, για να υπολογιστεί το 7×9 , μπορεί να υπολογιστεί το 7×10 , που είναι πιο εύκολο, και να αφαιρεθούν 7 ($70 - 7 = 63$).

Ο τρόπος υπολογισμού των γινομένων πάνω σε μια στήλη της προπαίδειας

Όταν βρισκόμαστε στην ανακατασκευαστική φάση, δηλαδή όταν οι μαθητές υπολογίζουν με βάση τα ήδη γνωστά τους γινόμενα, είναι σημαντικό να τους δείχνουμε τις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των γινομένων σε μια στήλη της προπαίδειας. Έτσι, σε όλες τις στήλες της προπαίδειας - εδώ πήραμε ως παράδειγμα τη στήλη του 6 - υπάρχουν οι παρακάτω σχέσεις μεταξύ των γινομένων:

$$\begin{array}{l} 1 \times 6 = 6 \\ 2 \times 6 = 12 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 4 \times 6 = 24 \\ 5 \times 6 = 30 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 6 = 42 \\ 8 \times 6 = 48 \\ 9 \times 6 = 54 \\ 10 \times 6 = 60 \end{array}$$

Annotations: $\times 2$ between 1 and 2, 2 and 3, 3 and 4, 4 and 5, 5 and 6, 6 and 7, 7 and 8, 8 and 9, 9 and 10. $+6$ between 1 and 2, 2 and 3, 3 and 4, 4 and 5, 5 and 6, 6 and 7, 7 and 8, 8 and 9, 9 and 10.

Τα εύκολα γινόμενα ή γινόμενα σημεία αναφοράς για τον υπολογισμό των άλλων, δηλαδή τα γινόμενα του 2, του 5 και του 10.

Γινόμενα που συνδέονται με τη **σχέση του διπλάσιου**:

- Το 4 φορές είναι διπλάσιο από το 2 φορές, και το 8 φορές από το 4 φορές π.χ. $2 \times 6 = 12 \rightarrow 4 \times 6 = 24 \rightarrow 8 \times 6 = 48$. - Το 6 φορές από το 3 φορές π.χ. $3 \times 6 = 18 \rightarrow 6 \times 6 = 36$. - Το 10 φορές από το 5 φορές π.χ. $5 \times 6 = 30 \rightarrow 10 \times 6 = 60$

Μια φορά περισσότερο ή μια φορά λιγότερο

Με βάση το 2 φορές ($2 \times 6 = 12$), βρίσκουμε το 3 φορές ($3 \times 6 = 18$), αν πάρουμε μια φορά περισσότερο (+6). Με βάση το 5 φορές βρίσκουμε το 6 φορές ή το 4 φορές. Με βάση το 10 φορές βρίσκουμε το 9 φορές.

Φωνητική εκφορά των γινομένων. Ανάρτηση των πινάκων σε εμφανή σημεία

* Τα γινόμενα της προπαίδειας μπορούμε να τα εκφωνούμε με συντομία, για να αποθηκεύονται πιο εύκολα στη μνήμη. Για παράδειγμα, αντί να λέμε «τρεις επί επτά ίσον είκοσι ένα» μπορούμε να λέμε «**τρεις επτά είκοσι μια**» ή «τρεις οι επτά είκοσι μια».

* Χρησιμοποιούμε φράσεις με ομοιοκαταληξίες για καλύτερη απομνημόνευση π.χ. «έξι επτά 42 ειν' τα πόδια της και 2».

* Τα διπλά γινόμενα nxn (2×2 , 3×3 , 4×4 , ...), αλλά και κάποια άλλα γινόμενα, στα οποία επαναλαμβάνεται ένας αριθμός, όπως το $3 \times 5 = 15$, $5 \times 7 = 35$, $5 \times 9 = 45$, $6 \times 8 = 48$, προσφέρονται φωνητικά για πιο εύκολη απομνημόνευση.

Κατά την περίοδο της μάθησης της προπαίδειας καλό είναι να έχουμε αναρτημένους μέσα στην τάξη ή στο σπίτι, στο χώρο του παιδιού, τους πίνακες της προπαίδειας. Βλέποντας συνεχώς τους πίνακες, το παιδί αποτυπώνει μια νοερή εικόνα για τη σειρά και τη θέση των γινομένων στο χώρο (ποιο γινόμενο ακολουθεί, ποιο γινόμενο προηγείται κτλ.)



Πλουραλισμός στρατηγικών, ανακοίνωση & συζήτησή τους στην τάξη

Ο εκπαιδευτικός μέσα στην τάξη ή ο γονέας στο σπίτι, καλό είναι να δίνουν ευκαιρίες στα παιδιά να ανακοινώνουν προφορικά ή να γράφουν τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισαν τα γινόμενα. Η ενέργεια αυτή των παιδιών είναι μεταγνωστικού χαρακτήρα και τους ωφελεί πολύ μαθησιακά. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές μέσα στη τάξη έχουν την ευκαιρία να γνωρίσουν τις στρατηγικές και γενικότερα τον τρόπο σκέψης των συμμαθητών τους. Δεν πιέζουμε και δεν επιβάλλουμε στρατηγικές αλλά αφήνουμε τα παιδιά να χρησιμοποιούν τις δικές τους προσωπικές στρατηγικές, οι οποίες ταιριάζουν στην ιδιοσυγκρασία τους.

Οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες ή με προβλήματα μνήμης

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η μνήμη αποτελεί βασικό παράγοντα στη μάθηση της προπαίδειας. Επομένως, είναι αναμενόμενο τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες, που παρουσιάζουν αδυναμίες στην μακρόχρονη μνήμη και τη μνήμη εργασίας, να αντιμετωπίζουν προβλήματα με τη μάθηση της προπαίδειας. Τα παιδιά με προβλήματα μνήμης μαθαίνουν τα γινόμενα, αλλά τα ξεχνούν πολύ εύκολα, γι' αυτό και έχουν ανάγκη από περισσότερο χρόνο και ιδιαίτερους τρόπους διδασκαλίας που θα περιλαμβάνουν περισσότερα υποβοηθητικά χειραπτικά υλικά και μέσα.

Τι να κάνουμε και τι να μην κάνουμε μέσα στην τάξη και το σπίτι;



- Λαμβάνουμε σοβαρά υπόψη μας τις αδυναμίες και τις ιδιαίτερες ανάγκες των παιδιών με προβλήματα μνήμης.
- Στο σπίτι ή σε περιστάσεις της καθημερινής ζωής αξιοποιούμε τις καταστάσεις που απαιτούν πολλαπλασιασμούς, για να δώσουμε ευκαιρίες στα παιδιά να υπολογίσουν.
- Δίνουμε χρόνο στα παιδιά για να υπολογίσουν και τους ρωτούμε, στη συνέχεια, να μας πουν τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισαν.



- Δεν βιαζόμαστε να οδηγήσουμε τα παιδιά στην απομνημόνευση. Δίνουμε χρόνο στη διαδικασία εκμάθησης της προπαίδειας.
- Δεν επιβάλλουμε τους δικούς μας τρόπους σκέψης, αλλά αφήνουμε ελεύθερα τα παιδιά να ανακαλύπτουν και να χρησιμοποιούν στρατηγικές που ταιριάζουν στην ιδιοσυγκρασία τους.
- Δεν αναμένουμε από τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες να ακολουθούν τους ρυθμούς των άλλων παιδιών.



Αν θέλετε να μάθετε περισσότερα για το θέμα εκμάθησης της προπαίδειας πηγαίνετε στη σελίδα: <http://mathslife.eled.uowm.gr/>

ΣΙΑΡΚΟΣ Α.Ε.
Εκκοκιστήρια
Βάμβακος

ΧΟΡΗΓΟΣ